



UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI
Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional- PROFMAT

Kélcio Christian Rocha de Souza

**EXPLORANDO CONSTRUÇÕES DE TELESCÓPIOS NO ENSINO DE
MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Teófilo Otoni

2018

Kélcio Christian Rocha de Souza

**EXPLORANDO CONSTRUÇÕES DE TELESCÓPIOS NO ENSINO DE
MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – PROFMAT – Programa de Mestrado em Rede Nacional, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Mauro Lúcio Franco

Teófilo Otoni

2018

Ficha Catalográfica
Preparada pelo Serviço de Biblioteca/UFVJM
Bibliotecário responsável: Gilson Rodrigues Horta – CRB6 nº 3104

S729e Souza, Kélcio Christian Rocha de.
2018 Explorando construção de telescópios no ensino de matemática da educação básica. / Kélcio Christian Rocha de Souza. Teófilo Otoni, 2018.

86 p. ; il.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Mauro Lucio Franco.

1. Construções de telescópios. 2. Ensino de matemática. 3. Ensino de astronomia. I. Título.

CDD: 510

KÉLCIO CHRISTIAN ROCHA DE SOUZA

**EXPLORANDO CONSTRUÇÕES DE TELESCÓPIOS NO ENSINO DE
MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação apresentada ao
MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL,
nível de MESTRADO como parte dos
requisitos para obtenção do título de
MAGISTER SCIENTIAE EM
MATEMÁTICA

Orientador : Prof. Dr. Mauro Lucio
Franco

Data da aprovação : 23/04/2018


Prof.Dr. MAURO LUCIO FRANCO - UFVJM


Prof.Dr.ª SILVIA SWAIN CANÓAS - UFVJM


Prof.Dr. JOSUE ANTUNES DE MACÊDO - IFNMG

TEÓFILO OTONI

Dedico este Trabalho a Deus e aos meus Pais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter colocado em meu caminho tantas pessoas que puderam me ajudar e me orientar em todos os momentos de minha vida.

Aos meus pais Manoel de Souza Santos e Maria Roseli Rocha de Souza por ensinar-me desde criança a seguir o caminho dos estudos.

À minha esposa Rosilene que ao longo desta caminhada esteve do meu lado.

Aos meus familiares que sempre me apoiaram.

Aos meus professores do Ensino Médio, em especial aos de Física e Matemática que foram minha fonte de inspiração e me ajudaram a seguir essa aventura.

Aos professores e colegas do PROFMAT com quem muito aprendi.

Em especial ao professor Dr. Mauro Lúcio Franco pela orientação, incentivo e sugestões.

Vivemos em um Universo governado por leis racionais, que podemos descobrir e entender. Olhemos para cima, em direção às estrelas, e não para baixo, para os nossos pés. Trate de dar sentido ao que vê. Sejam curiosos. Stephen Hawking (1942-2018).

RESUMO

O presente trabalho aborda a construção e o desenvolvimento de um telescópio refrator de baixo custo destinado a observações astronômicas e também como instrumento de apoio ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Matemática da educação básica. O telescópio é um instrumento que permite estender a capacidade dos olhos humanos de observar e mensurar objetos longínquos, devido sua capacidade de coletar mais luz desses objetos. Nesse sentido, buscou-se construir um instrumento de baixo custo e de boa qualidade, cujo maior desafio foi minimizar o efeito da aberração cromática. Com o objetivo de explorar o telescópio, sua estrutura interna foi analisada e explicada para mostrar que as pessoas podem construir um instrumento simples para fazer suas observações astronômicas. O resultado obtido dessa pesquisa pode ser utilizado em sala de aula como material didático para estudar Física e Matemática, contribuindo para a aprendizagem dos alunos nestas disciplinas. A escolha da construção de telescópios refratores se justifica não apenas pelo grande potencial matemático que pode ser explorado utilizando o referido instrumento, mas também por este aparelho ser essencial para a evolução da Ciência em áreas como Física, Matemática e Astronomia. Conforme pesquisas de mercado, o telescópio não é acessível como um telefone celular ou uma bola de futebol, isto poderia se justificar se houvesse um desinteresse das pessoas por este instrumento, mas verifica-se justamente o contrário, as pessoas têm grande curiosidade de fazer observações quando tem acesso ao telescópio. O trabalho aborda o fenômeno da refração e o funcionamento das lentes objetiva e ocular que são os componentes principais do telescópio. Com o objetivo de acompanhar as observações através do telescópio e como recurso para aprender Astronomia, será apresentado o *software Stellarium*. O funcionamento e a construção do telescópio refrator foram desenvolvidos como propostas para serem realizadas em oficinas com objetivo de resgatar e estimular a curiosidade dos participantes, além de investigar as contribuições para o aprendizado de Astronomia e conceitos básicos de Matemática no Ensino Fundamental e Médio. Pretende-se com a proposta contribuir para a formação inicial de docentes, para isso foi desenvolvida uma oficina piloto com alunos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência – PIBID, que posteriormente foi aplicada em uma escola estadual, cujos resultados foram analisados.

Palavras-chave: Construções de Telescópios, Ensino de Matemática, Ensino de Astronomia.

ABSTRACT

The present work deals with the construction and development of a low cost refractor telescope for astronomical observations and also as an instrument for learning Mathematics contents of basic education. The telescope is an instrument that extends the ability of human eyes to observe and measure distant objects because of their ability to collect more light from these objects. In this sense, we tried to build a low-cost and good quality instrument, whose main challenge was to minimize the effect of chromatic aberration. In order to demystify the telescope, its internal structure was analyzed and explained to show that people can construct a simple instrument to make their astronomical observations. The result obtained from this research can be used in the classroom as didactic material to study interdisciplinary Physics and Mathematics, contributing to the students' learning in these disciplines. The choice of refractor telescope construction is justified not only by the great mathematical potential that can be exploited using that instrument, but also by this apparatus being essential for the evolution of Science in areas such as Physics, Mathematics and Astronomy. According to market research, the telescope is not an accessible instrument such as a cell phone or a soccer ball, this could be justified if there was a disinterest of people by the same, but it is the opposite, people are very curious to do when you have access to the telescope. The work addresses the phenomenon of refraction and the operation of the objective and ocular lenses that are the main components of the telescope. In order to follow the observations through the telescope and as a resource to learn Astronomy, the Stellarium software will be presented. The operation and construction of the refractor telescope were developed as proposals to be worked in workshops aiming to rescue and stimulate the curiosity of the participants, as well as investigating the contributions to the learning of astronomy and basic concepts of Mathematics in Elementary and Middle School. The intention is to contribute to the initial training of teachers, for which a pilot workshop was developed with students from the Institutional Program of the Initiation to Teaching Grant (PIBID), which was later applied to a state school, the results of which were analyzed.

Keywords: Telescope Constructions, Mathematics Teaching, Astronomy Teaching.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Ilustração do Teorema de Tales.....	19
Figura 2	Ilustração desigualdade triangular	20
Figura 3	Ilustração para o Teorema de Pitágoras.....	21
Figura 4	Ciclo trigonométrico	22
Figura 5	Ilustração da Teoria do Epiciclo de Ptolomeu	24
Figura 6	Ilustração do modelo proposto por Copérnico.....	25
Figura 7	Modelo proposto por Tycho Brahe	26
Figura 8	Ilustração da segunda lei de Kepler	27
Figura 9	Ilustração para a Lei da Gravitação Universal.....	30
Figura 10	Raio de luz passando por dois meios diferentes	33
Figura 11	A refração de uma onda plana em uma superfície plana.....	34
Figura 12	A refração no vidro ilustra o princípio do mínimo tempo	36
Figura 13	Raio de luz penetrando em uma lente sofre desvio em sua direção	37
Figura 14	Raio de luz penetrando paralelo ao eixo principal	37
Figura 15	Imagens formadas pela refração dos raios luminosos em interfaces	38
Figura 16	Elementos de uma lente	39
Figura 17	Raio de luz em um dioptra	40
Figura 18	Ilustração para orientar a demonstração da equação (9)	42
Figura 19	Classificação das lentes de bordas delgadas	43
Figura 20	Classificação das lentes de bordas grossa	44
Figura 21	Raio de luz passando paralelo ao eixo principal.	44
Figura 22	Raios passando pelo foco em uma lente convergente.....	45
Figura 23	Raios passando pelo centro óptico em uma lente	45
Figura 24	Formação de uma imagem real	46
Figura 25	Imagem virtual de um objeto , formada por uma lente divergente	46
Figura 26	Experimentos com lentes objetivas para minimizar o efeito da aberração cromática	47
Figura 27	Decomposição da luz ao passar por uma lente imersa no ar	48
Figura 28	Lente acromática para resolução da aberração cromática	49
Figura 29	Lentes objetivas finas.....	49

Figura 30	Máquina utilizada para confeccionar as lentes.....	50
Figura 31	Esquema de funcionamento do telescópio refrator	51
Figura 32	Tela do software Stellarium.....	54
Figura 33	Construção do telescópio	55
Figura 34	Determinando a distância focal de uma lente	57
Figura 35	CAP furado	58
Figura 36	Válvula.....	58
Figura 37	Válvula encaixada em CAP	58
Figura 38	Conexão com rosca	59
Figura 39	Conexão no conjunto.....	59
Figura 40	Ocular	60
Figura 41	CAP furado	60
Figura 42	Lente Objetiva	61
Figura 43	Lente fixada na luva	61
Figura 44	Objetiva encaixada	62
Figura 45	Telescópio finalizado	62
Figura 46	Medindo a distância da Terra ao Sol.....	67
Figura 47	Medindo o raio da Terra.....	68
Figura 48	Orbita de Vênus.....	69
Figura 49	Gráfico 1: Opinião dos alunos sobre o estudo de Astronomia	72
Figura 50	Gráfico 2: Acesso dos alunos ao telescópio.....	72
Figura 51	Gráfico 3: Importância de construir um telescópio de baixo custo	73
Figura 52	Gráfico 4: Opinião dos alunos sobre a aplicação de um conteúdo de Física	74
Figura 53	Gráfico 5: Opinião dos alunos quanto ao tempo da atividade	75
Figura 54	Gráfico 6: Opinião dos alunos sobre a linguagem utilizada	76
Figura 55	Gráfico 7: Opinião dos alunos quanto ao domínio do tema	76
Figura 56	Gráfico 8: Opinião dos alunos sobre seu interesse pelo tema.....	77
Figura 57	Gráfico 9 : Opinião dos alunos quanto a aprendizagem	78
Figura 58	Gráfico 10 : Acesso dos alunos ao telescópio	79
Figura 59	Gráfico 11: Opinião dos alunos sobre participar de outras oficinas	79
Figura 60	Gráfico 12: Respostas das atividades.....	80
Figura 61	Gráfico 13: Respostas das atividades.....	81
Figura 62	Gráfico 14: Respostas das atividades.....	82

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Questões de Investigação	12
1.2	Objetivos da Dissertação.....	12
1.3	Justificativas	13
1.4	Motivações	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	Matemática e Astronomia	18
2.2	Refração	32
2.3	Lentes	36
2.4	Classificação das lentes esféricas	43
2.5	Propriedades dos raios luminosos e formação de imagens	44
2.6	Aberração cromática	48
2.7	Telescópio refrator	51
2.8	O <i>Stellarium</i>	53
3	MATERIAL E MÉTODOS	55
3.1	Oficina de construção de telescópio refrator	55
3.2	Construção do telescópio refrator	56
4	ATIVIDADES PROPOSTAS	63
5	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	71
5.1	Respostas dos alunos sobre a oficina e suas etapas	71
5.2	Atividades respondidas pelos alunos	80
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO	83
7	REFERÊNCIAS	85

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Évora (1989, p. 45), “O telescópio é um aparato que coleta a luz além de ser a principal ferramenta de trabalho em astronomia”. A evolução do telescópio ao longo dos séculos foi extraordinária e se confunde com a própria evolução da Astronomia. O processo de aprimoramento do telescópio foi gradual, mais de 50 anos após Galileu (1564), Isaac Newton (1643) e Robert Hook (1635) construíram os primeiros refletores, que usam espelhos ao invés de lentes.

É dever dos astrônomos sonhar com os progressos futuros da Astronomia, assim como com seus próprios trabalhos, e sua atividade científica deve se regular segundo a máxima de que uma observação bem feita mais cedo ou mais tarde encontra sempre sua utilidade, e que uma observação não realizada deixa uma lacuna irremediável. (MOURÃO, 1991, p. 9).

Quase um século depois de Newton, William Herschel (1738) construiu o seu refletor gigante, com o qual mapeou a Via – Láctea e identificou milhares de objetos difusos, aos quais chamou de *nebulae*. Quanto maior a superfície que coleta a luz, seja a lente objetiva nos telescópios refratores ou o espelho primário nos refletores, mais luz coletada e mais tênue são as fontes que nossos olhos podem captar. Segundo Évora (1989), as lentes objetivas dos primeiros telescópios de Galileu tinham 5,7 cm de diâmetro. Hoje, os maiores telescópios do mundo têm superfícies de coleta da luz de 10 m ou mais, sendo todos baseados em reflexão da luz por espelhos.

O céu parece, repentinamente, povoado de uma incrível massa de outras estrelas, invisível a olho nu, tão numerosas que quase não pudemos acreditar. Galileu Galilei, A mensagem das estrelas. (SCIENTIF AMERICAN BRASIL, 2000, p. 48).

A invenção do telescópio representou um grande impulso para a Astronomia. Antes disso, as observações celestes eram feitas a olho nu, o que não fornecia muita precisão. Alguns cientistas afirmam que o primeiro instrumento feito para observação de objetos a distância foi construído em 1608 por um holandês chamado Hans Lippershey (1570-1619). Esse instrumento era constituído por duas lentes dentro de um tubo. Baseando-se nesse princípio, Galileu Galilei (1564) construiu vários instrumentos e teve a ideia de apontá-lo para o céu. O astrônomo é considerado o primeiro homem a utilizar o telescópio para observações astronômicas. Galileu observou inúmeros fenômenos celestes, como manchas solares e as fases de Vênus.

Há cerca de dez meses chegou aos meus ouvidos uma notícia de que um certo belga tinha construído um pequeno telescópio por meio do qual objetos visíveis, embora

muito distantes dos olhos do observador, eram vistos claramente como se estivessem perto. Deste efeito, verdadeiramente notável, várias experiências foram relatadas, às quais algumas pessoas davam crédito enquanto outras as recusavam. Uns poucos dias mais tarde a notícia me foi confirmada em uma carta de um nobre francês de Paris, Jacques Badovere, que me motivou a dedicar-me sinceramente à investigação do meio pelo qual eu podia chegar à invenção de um instrumento similar. (GALILEI, G. *Sidereus...*, Opere di Galileo, vol.III, p. 60).

O telescópio evoluiu muito ao longo da sua existência. Na antiguidade, as observações eram registradas em desenhos e esboços. Sendo assim, um estudo dos esboços de Galileu mostra que, ao longo do tempo, os desenhos ganhavam em qualidade. Ou seja, isso já denota uma evolução na qualidade dos equipamentos de Galileu. (ÉVORA, 1989).

É absolutamente necessário que Vênus gire em torno do Sol, assim como Mercúrio e todos os outros planetas, coisas que os pitagóricos, Copérnico, Kepler e eu estávamos convencidos, mas da qual não tínhamos a prova tangível que temos agora, no que se refere a Mercúrio e Vênus. Carta de Galileu a Juliano de Médicis, 1611. (SCIENTIF AMERICAN BRASIL, 2000, p. 56).

1.1 Questões de Investigação

Os fatos expostos anteriormente mostram a importância do telescópio na evolução da humanidade. A questão a ser investigada é de que forma pode-se desenvolver um telescópio refrator de baixo custo destinado a observações astronômicas e também como instrumento de apoio ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Matemática da educação básica.

1.2 Objetivos da Dissertação

Buscou-se limitar alguns objetivos de forma a responder a questão de investigação:

Objetivo Geral

Desenvolver um telescópio refrator de baixo custo destinado a observações astronômicas e também como instrumento de apoio ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Matemática da educação básica.

Objetivos Específicos

- Construir uma proposta de ensino no qual seja possível a compreensão da relação de dependência entre a Matemática e suas aplicações na Física;

- Desenvolver atividades com o telescópio nos quais conceitos de razão, proporção, geometria, funções e trigonometria possam ser discutidos;
- Usar as atividades em sala de aula através de oficinas nos quais os participantes possam construir, manipular e conhecer o telescópio refrator;
- Utilizar o *software Stellarium* projetado no Planetário Discovery como instrumento de auxílio para a observação do céu.

1.3 Justificativas

A escolha da construção de telescópios refratores se justifica não apenas ao grande potencial matemático que pode ser explorado nesse instrumento, mas também devido ao fato que tal instrumento se revelou essencial para a evolução do ser humano em áreas como Física, Matemática e Astronomia.

Apesar de a Astronomia despertar tanta curiosidade entre estudantes e professores, esta Ciência encontra-se abandonada nos currículos de Física ou mesmo de Ciências. Quando isto não ocorre, é frequente encontrar aquela ciência exilada em disciplinas eletivas, sem grande organicidade no currículo do curso e/ou em seu projeto pedagógico. A Astronomia é, pois, tratada de forma ilustrativa, ou mesmo decorativa, algo muito semelhante ao que ocorre (e isto com mais frequência) em diferentes universidades do país, com o curso de História da Física/Ciência. (PEDROCHI; NEVES, 2005, p. 2).

Conforme afirma Macêdo (2014, p. 49), “A Astronomia, que faz parte do currículo da educação básica, desperta a curiosidade dos alunos, permite uma abordagem interdisciplinar de diversos conteúdos de cunho científico, e é objeto de estudo de vários pesquisadores brasileiros da área de Ensino de Ciências, que visam à melhoria do processo de ensino e aprendizagem”.

A educação científica da sociedade é feita através dos ensinamentos formal e não formal, sendo uma missão conjunta de instituições de ensino, de pesquisa e de difusão cultural. Os astrônomos têm um papel importante nessa tarefa, pois a Astronomia, além de despertar a curiosidade da maioria das pessoas, tem um caráter interdisciplinar que lhe permite servir de interface entre as demais ciências. (MACÊDO, 2014, p. 22)

É importante salientar que tanto os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), quanto as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) trazem alguns aspectos de suma importância ao ensino de Astronomia, assumindo que este não seja apenas um conteúdo informativo e sim uma ferramenta que induza o aluno a pensar e agir em meio a seu cotidiano.

De acordo com Macêdo (2014, p. 49), “O problema ocorre quando se verifica que os professores não estão preparados para ensinar tópicos relacionados à Astronomia”. Isso ocorre porque os professores da educação básica em sua maioria não tiveram contato com o tema em sua formação inicial e continuada. Muitos desses professores usam termos inadequados e concebem o Universo e seus constituintes de forma equivocada, fora da realidade, além de utilizarem modelos que não são aceitos pela comunidade científica. (MACÊDO, 2014).

Apesar de estar presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, nas propostas dos vários estados brasileiros e nos livros didáticos, o Ensino de Astronomia na maioria das vezes é realizado como algo estanque dentro de algumas disciplinas, e pouca atenção é dedicada a esse assunto. Isso pode ser percebido pelo baixo interesse e pela falta de conhecimento dos alunos acerca dos temas de Astronomia que fazem parte do cotidiano. (MACÊDO, 2014, p. 203).

Neste sentido, este trabalho contribuiu para a formação inicial de docentes, sobretudo em relação ao Ensino de Astronomia e Matemática, para isso, foi desenvolvida uma oficina piloto com alunos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID), no qual se intentou novas alternativas para promover o ensino dessa área do conhecimento.

De acordo com Magalhães (2016, p.16), “A escola utiliza bem pouco a Astronomia porque o modelo tradicional de ensino enfatiza de forma mais abrangente os conteúdos do que os esquemas de aprendizagem construtivos como História da Astronomia na História da Matemática na organização pedagógica do tempo”.

A verdade da história da ciência que procura compreender o Universo é, na realidade uma tentativa humana de entender o complexo Universo indecifrável da mente humana. Por este motivo, nenhum estudo do desenvolvimento de qualquer outra ciência, através do tempo, é tão importante como o da Astronomia. (MOURÃO, 1991, p.7).

Esta fascinação pela Astronomia ainda se encontra presente entre crianças, jovens e adultos do Brasil e de todo o mundo, por isso a proposta da oficina de construção de telescópio com observações astronômicas, abordada nesta dissertação, explorou esta fascinação que as pessoas têm pela Astronomia para aprender de forma interdisciplinar Matemática e Física.

A articulação de disciplinas é uma maneira diferente de trabalhar em sala de aula, não objetivando criar um novo componente curricular, mas sim propor uma nova alternativa de aprendizagem, conforme especificado nos PCNEM no ano de 2000:

Na perspectiva escolar, a interdisciplinaridade não tem a pretensão de criar novas disciplinas ou saberes, mas de utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema concreto ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista. Em suma, a interdisciplinaridade tem uma função

instrumental. Trata-se de recorrer a um saber diretamente útil e utilizável para responder às questões e aos problemas sociais contemporâneos. (BRASIL, 2000, p. 21).

Para trabalhar de forma interdisciplinar durante a realização da oficina os participantes foram motivados a construir, manipular e conhecer o telescópio refrator de forma que conceitos matemáticos como razão, proporção, grandezas diretamente e inversamente proporcionais, geometria e trigonometria puderam ser aprendidos de forma natural mostrando assim a relação entre a Matemática e suas aplicações.

1.4 Motivações

Em dezembro de 2011, a Agência Espacial Americana confirmou a descoberta do primeiro planeta localizado na zona habitável de uma estrela parecida com o Sol. O planeta está sendo chamado de Kepler-22b e tem cerca de 2,5 vezes o tamanho do raio da Terra. Cientistas estão incertos quanto à composição do planeta, mas a descoberta foi um passo a mais na busca por um planeta gêmeo da Terra. Todas estas descobertas são frutos de pesquisas científicas, em especial nos aparelhos de observação celeste, que iniciaram ainda na antiguidade e se aperfeiçoaram com os pesquisadores de hoje e com a contribuição dos que ainda emanarão. (ASTRONOVA, 2016, p.16).

Em outubro de 2017 os cientistas Rainer Weiss, Barry Barish e Kip Thorne receberam o prêmio Nobel de Física de 2017 pela descoberta das ondas gravitacionais, um fenômeno que Einstein previu há cem anos na Alemanha e apostou que jamais seríamos capazes de detectá-las, mas em 2015 no observatório astronômico *Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory* (LIGO) tais ondas produzidas pelo choque de dois buracos negros puderam ser observadas.

Sabe-se que há séculos o estudo do universo tem sido um grande desafio para os seres humanos, que tentam desvendar o mistério de sua origem e também sua constante transformação. Apesar de ser um campo de estudo muito antigo, presente, inclusive, em civilizações pré-colombianas, como os Maias, a Astronomia é cada vez mais necessária para evolução e para sobrevivência do ser humano. (ÁVILA, 2010).

A Matemática e a Astronomia relacionam-se desde a antiguidade. É preciso considerar que ambas são consideradas ciências e possuem suas particularidades. Os babilônios já relacionavam essas duas ciências. A Astronomia primitiva, estudada por esta civilização, possibilitou a criação da trigonometria esférica. Os gregos interpretavam a

Astronomia como uma parte da Matemática, e foram os responsáveis pela criação do modelo geométrico, que se baseava na cosmologia e na aritmética. (OLIVEIRA, 2017).

No Brasil esta relação entre a Matemática e a Astronomia é pouco explorada e entende-se que tal exploração seria um caminho para melhoria do aprendizado de Matemática, uma vez que os índices divulgados pelo movimento **Todos pela Educação** mostra que ao deixar a escola, apenas 7,3% dos estudantes atingem níveis satisfatórios de aprendizagem em Matemática.

O percentual de estudantes com aprendizado adequado no Brasil aumentou do ensino fundamental ao ensino médio, de acordo com dados divulgados pelo movimento Todos pela Educação. Persiste, no entanto, um gargalo em matemática, no terceiro ano do ensino médio. Ao deixar a escola, apenas 7,3% dos estudantes atingem níveis satisfatórios de aprendizado. O índice é menor que o da última divulgação, em 2013, quando essa parcela era 9,3%. (TPE, 2017).

No Vale do Mucuri em 2009, foi inaugurado o Parque da Ciência da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), que entre outros instrumentos conta com o Planetário Discovery e o Telescópio Orion. O objetivo do parque, entre outros, é trazer a população um instrumento de divulgação e estímulo à descoberta científica, no qual a Astronomia faz parte deste contexto. Aberto para visitação, o Parque é direcionado especialmente para alunos de escolas das redes pública e privada de ensino, que constantemente participam de visitas ao local.

Nesse contexto, para acrescentar conhecimento aos trabalhos sobre Astronomia que vem sendo realizados na região do Vale do Mucuri e para melhorar os índices de Matemática dos alunos da região, sugere-se nesse projeto a realização de oficinas de construção e manipulação de telescópios refratores. Outra proposta é utilizar o *software Stellarium* projetado no *Planetário Discovery* como instrumento de auxílio a observação do céu.

O telescópio é um instrumento que permite estender a capacidade dos olhos humanos de observar e mensurar objetos longínquos, permitindo ampliar a capacidade de enxergar, como seu nome indica, através da coleta da luz dos objetos distantes. (ÉVORA, 1989).

É necessário inserir o aluno o quanto antes no estudo de Astronomia, para isso uma oficina voltada para a construção de telescópios pode ser um instrumento eficaz e motivador para que o educando possa entender as aplicações de conceitos matemáticos na óptica, assim ele poderá manipular parâmetros fazendo conjecturas e testando suas suposições materializando os conceitos aprendidos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Conforme Macêdo (2014, p. 203) “Apesar de estar presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais [...], nas propostas dos vários estados brasileiros e nos livros didáticos, o Ensino de Astronomia na maioria das vezes é realizado como algo estanque dentro de algumas disciplinas, e pouca atenção é dedicada a esse assunto. Isso pode ser percebido pelo baixo interesse e pela falta de conhecimento dos alunos acerca dos temas de Astronomia que fazem parte do cotidiano”.

Sempre que o conteúdo de óptica é abordado nos livros do Ensino Médio, esquemas de instrumentos ópticos, como por exemplo, os de uma luneta, são apresentados, mas nunca é sugerido aos estudantes o esquema e processo de construção de tal instrumento. (CANALLE, 1994). Conforme Souza (2006, p.2), “ [...] telescópios, devido a sua ampliação nos possibilita ver detalhes dos corpos celestes que a olho nu não é possível. Isto torna os telescópios, lunetas e binóculos instrumentos extremamente interessantes para as pessoas de um modo geral”.

Nesta perspectiva, Souza (2006) afirma que o interesse pelo funcionamento do instrumento e suas possibilidades de utilização ficam fortemente evidenciados quando se estabelece o contato observador, telescópio e astros.

Para Magalhães (2016, p.119), “A relação entre conceitos matemáticos e fenômenos astronômicos faz com que possamos trabalhar o ensino de Matemática a partir de situações experimentais”. Nesse contexto Araújo (2013, p. 67) destaca que, “A explicação matemática de fenômenos poderá ser aproveitada para introduzir Astronomia na sala de aula, permitindo deste modo concretizar e consolidar os conceitos matemáticos associados a estes fenômenos”.

Para que tenhamos verdadeiras mudanças nas ferramentas e práticas do ensino, convém rever antigas formas de relacionamentos entre professores e alunos e as práticas pedagógicas aplicadas. Muitos fatores interferem direta e positivamente no processo ensino-aprendizagem, dentre os quais incluem-se novas e atualizadas ferramentas de ensino, bem como abordagens corretas dos conteúdos, capazes de prender a atenção e o interesse dos alunos, levando-os a um aprendizado efetivo.(LIMA, 2013, p. 32).

Magalhães (2016, p.118) destaca que “Um dos objetivos do ensino escolarizado deveria ser, antes de dar informações, o de realmente formar, no discente, o espírito crítico, o espírito científico”.

Segundo Macêdo (2014, p. 202) “Cabem às Instituições de Ensino Superior promover cursos de formação inicial e continuada, articulando a utilização dos recursos

tradicionais com o uso das tecnologias no Ensino de Astronomia, suprindo assim as carências formativas dos docentes.”

Assim, pretende-se com esta dissertação buscar alternativas de aprendizado, de forma que se possa promover a interdisciplinaridade entre a Matemática e a Física além de investigar as contribuições que uma oficina voltada para área de Astronomia, em especial construções e manipulações de telescópios refratores, pode trazer para o aprendizado de conceitos básicos de Matemática no Ensino Fundamental e Médio.

2.1 Matemática e Astronomia

Não importa a faixa etária, instrução ou classe social, todas as pessoas quando olham para o céu e veem estrelas, acabam se perguntando o que existe além daquilo que nossos olhos podem ver. É movido dessa curiosidade que desde tempos longínquos a espécie humana busca respostas, e dessa busca incansável nasceu a Astronomia a mais antiga das Ciências. (ASTRONOVA, 2014, p. 2).

Araújo (2013) ressalta que, as observações e as especulações sobre a natureza do Universo são de épocas bem remotas. A Astronomia é talvez a atividade mais antiga do homem, podendo ser confundida com a própria história humana. Nasceu há milhares de anos, numa época que nos deixou poucos testemunhos. Os fundadores inconscientes desta Ciência eram humildes pastores, agricultores e caçadores nômades, pois estes sentiam a necessidade de compreender os fenômenos celestes, intimamente ligados à vida cotidiana (orientação na terra e no mar, as estações do ano, os dias e as noites etc.).

Perguntas sobre os mistérios do Universo sempre habitaram o pensamento humano desde os primórdios. Com a evolução da ciência cada vez mais os mitos perdiam seu lugar para a razão, e muitos mistérios outrora insolúveis passaram a ser resolvidos pela Matemática.

Ainda na antiguidade, a observação do céu noturno não tinha apenas um caráter prático. A astronomia primitiva começou graças a uma mistura de fascínio e estarecimento na contemplação das estrelas. Apenas com o tempo os caracteres práticos que a regularidade dos eventos astronômicos possuía começaram a ser motivos de observações sistematizadas. (ASTRONOVA, 2014, p.15).

Quando o homem passou a olhar e observar além do horizonte em direção ao céu, começou a questionar sobre os mistérios do Cosmos. Nascia, assim, as mais antigas ideias sobre cosmologia, ainda que totalmente primitivas. Os primeiros passos em direção ao

conhecimento científico foram dados nas civilizações antigas, principalmente na Grécia, berço da cultura e ciência ocidental. (UNIVERSO E COSMOLOGIA, 2002, p.6).

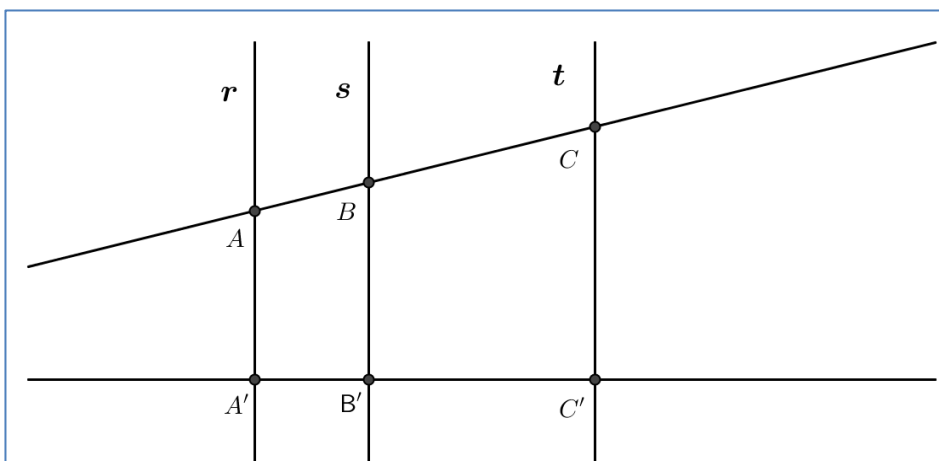
O nascimento da filosofia se deu por volta do século VII a.C. (600 anos antes de Cristo) e o primeiro pensador a receber o título de filósofo foi Tales de Mileto (640-562 a.C.), considerado também o primeiro astrônomo a prever um eclipse solar. Além de Tales, pensadores como Aristóteles, Pitágoras, Ptolomeu, entre outros, na tentativa de entender o Cosmos, foram os precursores da lógica e da razão e formaram o alicerce da ciência e do método científico, fundamental para estabelecer-se qualquer teoria. (ÁVILA, 2010).

Tales de Mileto desenvolveu ideias sobre o funcionamento do Universo e também desenvolveu a Matemática e a Geometria, sendo autor do famoso Teorema de Tales (Teorema 1). Quando Tales passa a afirmar que a Terra é, na verdade, um disco plano, constituiu-se o primeiro triângulo isósceles, tendo como base a Terra e ápice o Sol. Assim as primeiras observações astronômicas feitas e o primeiro modelo geométrico elaborado significavam na verdade, a desmistificação de divindades como o Sol, Lua, Terra, que até então eram tidos como deuses. Agora, os antigos mitos irracionais seriam depois de Tales gradativamente substituídos por ideias elaboradas a partir de fatos observados e modelos geométricos. (ÁVILA, 2010).

Teorema 1 Sejam r, s, t retas paralelas. Escolhemos pontos $A, A' \in r, B, B' \in s$ e $C, C' \in t$, de modo que A, B, C e A', B', C' sejam dois ternos de pontos colineares, (Figura 1). Então:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

Figura 1-Ilustração do Teorema de Tales



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

A demonstração do Teorema 1 pode ser encontrada em Caminha (2013, p. 139).

Cabe aqui destacar os trabalhos de Euclides de Alexandria, matemático grego dos séculos IV e III a.C., seus trabalhos não eram direcionados a Astronomia, mas trouxe uma nova maneira de demonstrar teoremas de geometria e aritmética a partir de postulados.

De acordo com Caminha (2013, p. 2), “A maior de todas as contribuições de Euclides à Matemática, bem como à ciência em geral, foi o tratado *Elementos*, obra na qual expôs, sistematicamente os conhecimentos de Geometria Plana de seu tempo – doravante rotulada como *Euclidiana* -, alguns dos quais frutos de seu próprio trabalho. A importância dos *Elementos* se deve ao fato deste ser a primeira obra em que considera um corpo de conhecimento matemático como parte de um sistema lógico dedutivo bem definido”.

Entre alguns dos resultados da Geometria Euclidiana destaca-se aqui, conforme a Proposição 2.23 em Caminha (2013):

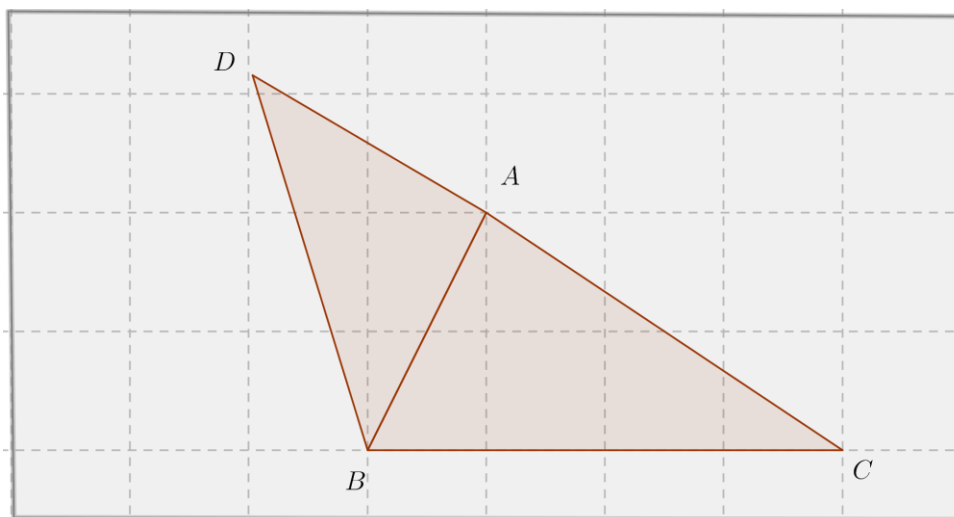
Teorema 2 Em todo triângulo, cada lado tem comprimento menor que a soma dos outros dois lados.

Este resultado, conhecido como desigualdade triangular, pode ser demonstrado usando os casos de congruências de triângulos. Mais detalhes e sua demonstração completa encontra-se em Caminha (2013, p. 25-58). Este resultado pode ser usado para explicar o Princípio do tempo Mínimo (secção 4.2).

Demonstração Teorema 2

Seja ABC um triângulo, Figura 2, tal que $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e $\overline{BC} = a$. Mostremos que $a < b + c$, sendo a prova das demais propriedades totalmente análoga. Marque o ponto D sobre a semirreta \overrightarrow{CA} tal que $A \in CD$ e $\overline{AD} = \overline{AB}$.

Figura 2- Ilustração desigualdade triangular



Fonte: Autor a partir do software GeoGebra.

Uma vez que

$$\overline{CD} = \overline{AC} + \overline{AD} = \overline{AC} + \overline{AB} = b + c ,$$

e considerando que se ABC é um triângulo tal que $\hat{B} > \hat{C}$, então $\overline{AC} > \overline{AB}$ (ao maior lado, opõe o maior ângulo), é suficiente mostrarmos que $B\hat{D}C < D\hat{B}C$. Mas desde que $B\hat{D}A = D\hat{B}A$, basta observarmos que:

$$B\hat{D}C = B\hat{D}A = D\hat{B}A < D\hat{B}A + A\hat{B}C = D\hat{B}C$$

Esta demonstração se encontra em Caminha (2013, p. 25-58).

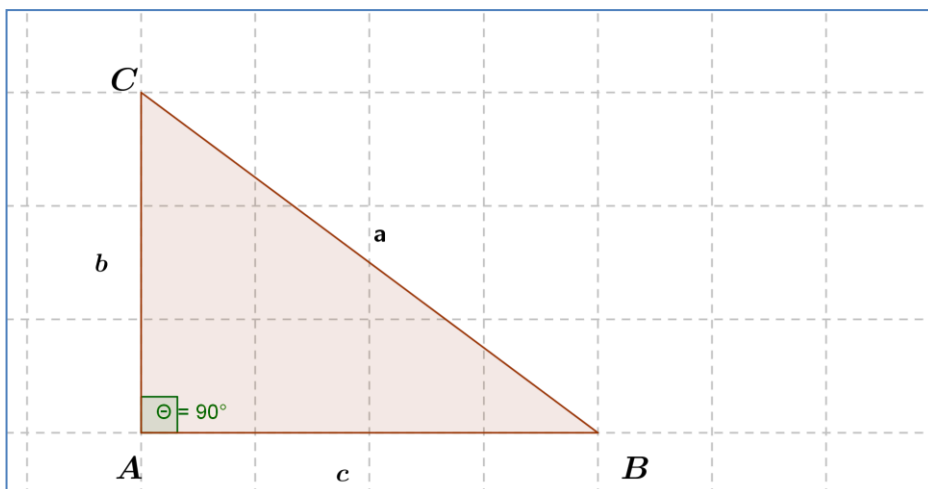
Na tentativa de explicar o Universo e seu funcionamento, Pitágoras de Samos (572-497 a.C.) tinha como pensamento que a figura mais perfeita era a esfera ou o círculo, e o movimento mais perfeito era o movimento uniforme. Portanto a Terra deveria ser um disco circular ou uma esfera, rodeado por certo número de esferas de cristal, onde estariam situados os planetas e as estrelas, que se moviam em movimento uniforme. Segundo Pitágoras, o movimento dessas esferas, os planetas, era em torno da Terra, sendo que os diferentes raios dessas esferas deveriam formar uma composição harmônica com a Terra. (ÁVILA, 2010).

É atribuído a Pitágoras um dos mais famosos teoremas da Matemática, conhecido como teorema de Pitágoras (Teorema 3).

Teorema 3 Seja ABC , (Figura 3), um triângulo retângulo em A , com catetos $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e hipotenusa $\overline{BC} = a$, temos:

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (1)$$

Figura 3- Ilustração para o teorema de Pitágoras



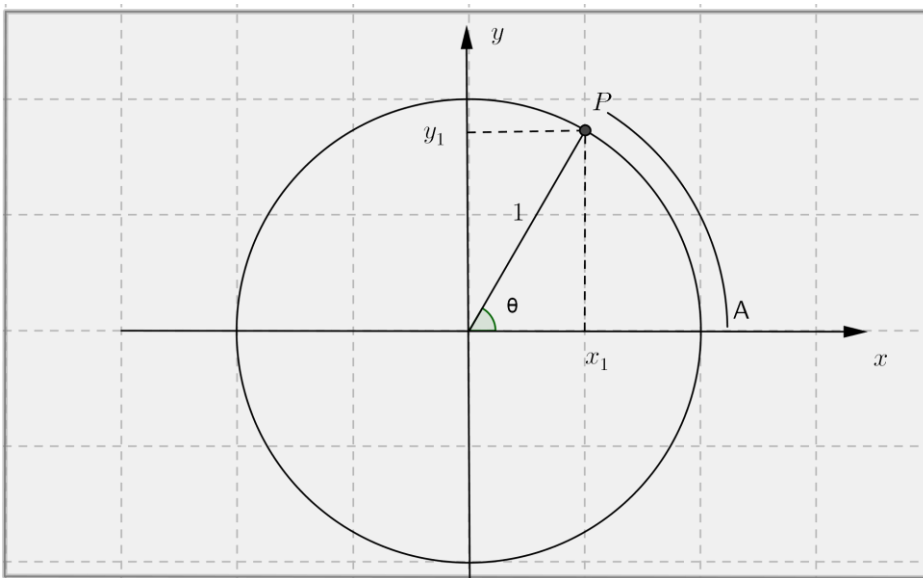
Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Caminha (2013, p. 156) destaca que “Passados cerca de 2300 anos da confecção d’ Os Elementos por Euclides, a relevância do teorema de Pitágoras para a Geometria e suas aplicações não pode ser subestimada.”.

A demonstração do Teorema de Pitágoras bem como a de um caso mais geral conhecido como relações métricas num triângulo retângulo podem ser encontradas em Caminha (2013, p. 148-153).

Destaca-se também como importantes resultados da Geometria Euclidiana as relações definidas em um arco trigonométrico conhecidas como seno, cosseno e tangente de um arco c dado em radiano. Estas relações de forma simplificada podem ser definidas em um círculo de raio 1, comprimento 2π com centro na origem de um plano cartesiano, Figura 4.

Figura 4- Ciclo trigonométrico



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Tomando um ponto P sobre o ciclo trigonométrico tal que $\widehat{AP} = c$, para marcar P medimos o comprimento $|c|$ sobre a circunferência a partir de A no sentido anti-horário se $c > 0$ e no sentido horário se $c < 0$ (por convenção).

Conforme Caminha (2013, p. 245) para $c \in \mathbb{R}$, definimos o seno e o cosseno de c (radianos), abreviados respectivamente por $\sin c$ e $\cos c$:

$$\cos c = \text{abscissa de } P \ ; \ \sin c = \text{ordenada de } P \quad (2)$$

E se $c \in \mathbb{R}$ é tal que $\cos c \neq 0$ a tangente de c , abreviada por $\text{tg } c$ é definida por :

$$\operatorname{tg} c = \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{cos} c} \quad (3)$$

As definições de seno, cosseno e tangente são importantes pois podem ser relacionadas à geometria dos triângulos retângulos conforme destaca Caminha (2013,p. 265).

Na Grécia, o centro de difusão cultural do mundo antigo, os filósofos construíram sistemas astronômicos geocêntricos que se caracterizavam por apresentar a Terra imutável no centro do Universo; e os não geocêntricos, onde previam que a Terra apresentava algum tipo de movimento. Os modelos geocêntricos predominavam na época.

O primeiro astrônomo a propor que a Terra se movia em volta do Sol foi Aristarco de Samos (310-230 a.C.), Aristarco era profundo conhecedor de Matemática, Física e Astronomia, sendo o precursor da Teoria Heliocêntrica onde afirmava que a Terra gira em torno do Sol em movimento de translação e não ao contrário como se propunha; assim, adiantando-se dezoito séculos a Copérnico. Postulou também que a Terra possuía movimento em torno do seu próprio eixo em movimento de rotação. (ÁVILA, 2010).

Segundo Boyer (2012, p. 116), Aristarco efetuou medições das distâncias e dimensões de alguns astros em relação à Terra . No entanto devido às imperfeições dos instrumentos da época, o resultado de suas medições estava errado, pois teria afirmado que o Sol seria de seis a sete vezes maior que a Terra. Aristarco concluiu que a distância do Sol à Terra está entre vinte vezes a distância entre a Terra e a Lua. Ele afirmou que pelo fato da Lua e o Sol terem aproximadamente o mesmo tamanho aparente, isto é, apresentam mesmo tamanho angular quando vistos por um observador na Terra durante um eclipse solar, seus tamanhos seguem a mesma razão de suas distâncias à Terra.

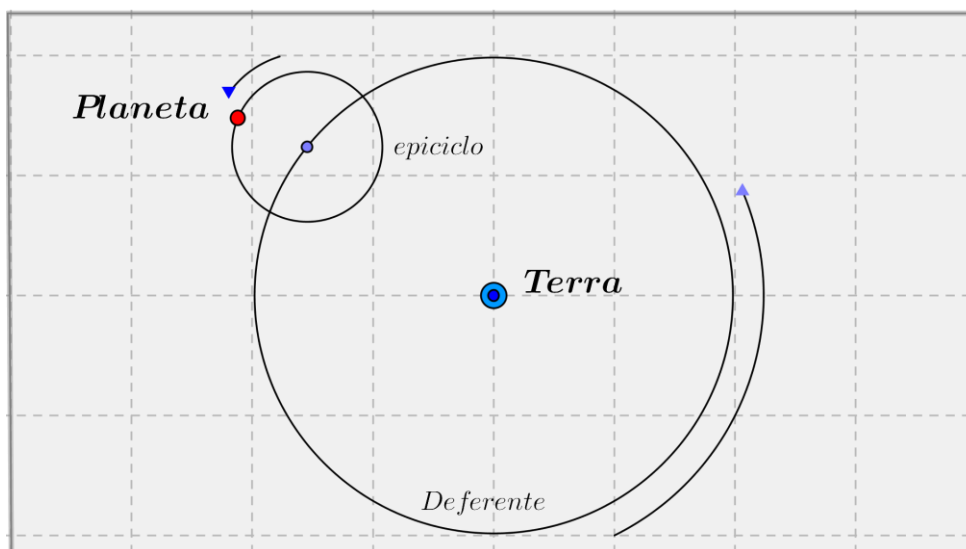
Outra teoria proposta para explicar o movimento dos astros, Teoria dos Epíclis, foi proposta por Ptolomeu (85-165) astrônomo, matemático e físico. Em sua obra *Megale Syntaxis ton Astronomias*, fez uma síntese de todos os estudos de observações científicas e astronômicas antigas, sua tradução para o árabe ficou conhecida como *Almagesto*, havendo grande dificuldade de distinguir-se o que fora trazido de original. Só que as concepções descritas no *Almagesto* permaneceram como verdades por quatorze séculos, fazendo desta uma obra de importância histórica. (ÁVILA, 2010).

Conforme Ávila, (2010) a teoria dos Epíclis, Figura 5, considerava a Terra fixa no centro do Universo, sendo que o Sol e a Lua descreviam órbitas circulares e uniformes cujo centro era a própria Terra. Por sua vez, os planetas descreviam pequenos círculos chamados de epíclis. Para explicar o movimento dos planetas, utilizavam-se dois círculos: o deferente, cujo centro era a Terra, e o epíclis, cujo centro deslocava-se em direção ao

deferente, no mesmo sentido do seu movimento.

A Teoria dos Epípiclos fora concebida mais como uma representação Matemática do Universo, e também uma forma de prever o movimento dos astros, do que propriamente baseada em informações astronômicas. Conforme as observações eram feitas, deveriam ajustar-se sempre à Teoria de Ptolomeu, e não ao contrário. Mais tarde quando Galileu observava corpos celestes que não deveriam existir, na verdade, seu telescópio tinha problemas e não o sistema de Ptolomeu. (ÁVILA, 2010).

Figura 5- Ilustração da Teoria do Epíiclo de Ptolomeu



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

No início do século XV, as mudanças sociais e políticas que ocorriam na Europa, fruto das grandes descobertas proporcionavam o clima necessário para mudanças culturais. Então já era tempo de se discutir um novo sistema para a concepção do Universo.

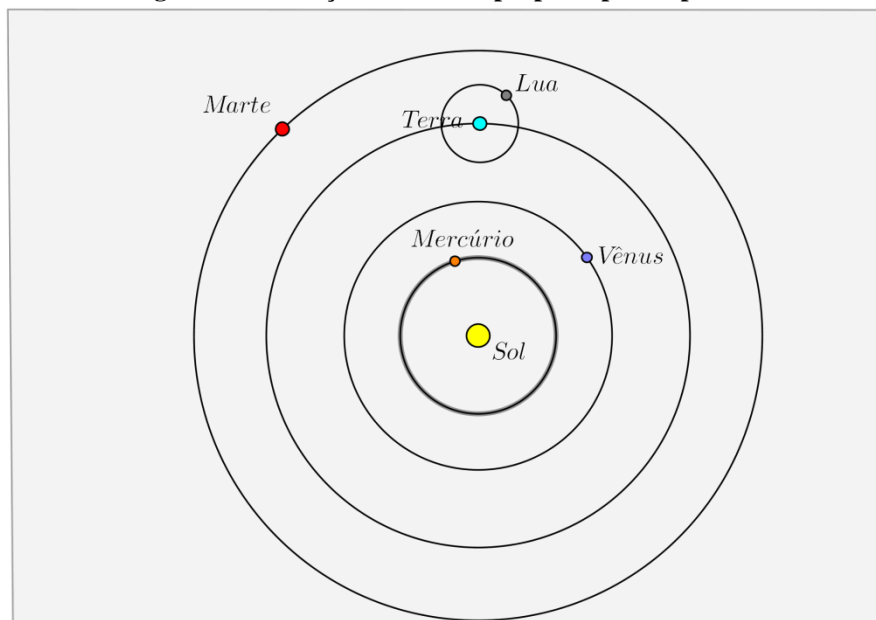
O modelo de Ptolomeu já não explicava de forma satisfatória as observações astronômicas, uma vez que novos instrumentos de medição surgiam, as observações e as medições não pareciam corresponder com o sistema Geocêntrico de Ptolomeu.

O polonês Nicolau Copérnico (1473-1543) foi o primeiro a afirmar que a Lua gira em torno da Terra. Nicolau Copérnico estudou na Universidade de Cracóvia, no qual se tornou adepto da Teoria Geocêntrica de Ptolomeu. Depois foi para Itália, estudou grego e trabalhou como astrônomo, Copérnico frequentou as Universidades de Bolonha, Roma, Pádua e Ferrara, onde tornou profundo conhecedor de Matemática e Astronomia. (ÁVILA, 2010).

Após consultar os autores antigos e efetuar vários cálculos, Copérnico concluiu que a Teoria Geocêntrica não oferecia uma explicação satisfatória para o movimento dos planetas. De acordo com Copérnico, os movimentos dos planetas só poderiam ser explicados

através da imobilidade do Sol. Então, ao conferir ao Sol a posição central do Universo, e ao considerar que a Terra acompanhada pela Lua e demais planetas giravam em torno do Sol, Figura 6, supriu a complexidade dos Epiciclos de Ptolomeu.

Figura 6– Ilustração do modelo proposto por Copérnico



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

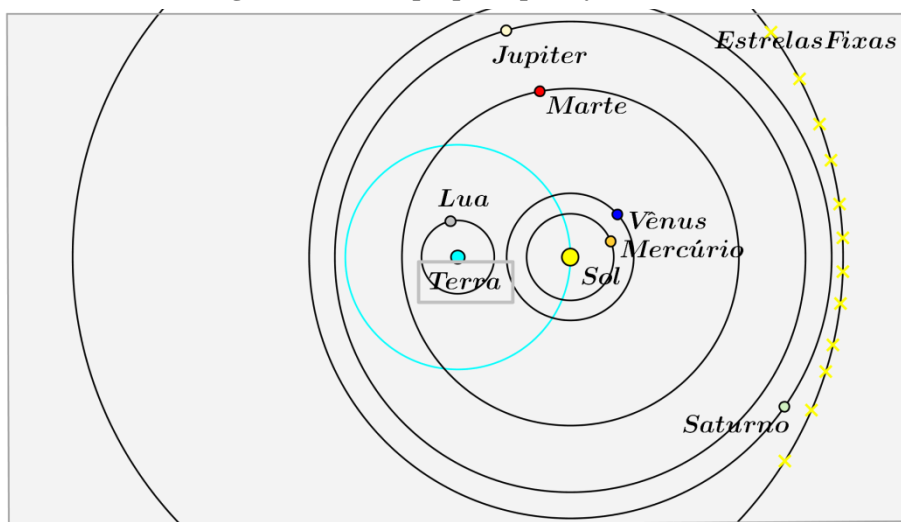
A principal razão pela qual Copérnico acreditava que o Sol era o centro do Universo era por este ser o astro mais brilhante fornecendo luz e calor, pois, para ele, as estrelas situavam-se a uma mesma distância do Sol, variando apenas em brilho. A obra de Copérnico era radicalmente nova e, agora, depois de publicada, trazia um renovado interesse em efetuarem-se observações astronômicas que passavam gradativamente a confirmar o sistema Heliocêntrico. (ÁVILA, 2010).

Com a necessidade de se fazer observações astronômicas mais precisas, o astrônomo Dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601), construiu o observatório astronômico de Uraniborg, o primeiro observatório moderno até então. Apesar de não contar com aparatos ópticos, seus instrumentos eram mais modernos e propiciavam mais exatidão nas observações e medições astronômicas.

Inicialmente os interesses de Tycho Brahe eram pela Astrologia, mas as polêmicas levantadas pela Teoria Heliocêntrica de Copérnico o incentivaram a dedicar-se à Astronomia. Então além de observações astronômicas, começou a estudar os efeitos da refração da luz causada pela atmosfera, assim como os erros instrumentais, conseguindo uma precisão média quase impossível de ser tirada sem os aparatos ópticos. (ÁVILA, 2010).

Tycho Brahe concluiu que as estrelas mais brilhantes tinham o diâmetro trinta vezes menor que o Sol, e suas distâncias eram também trinta vezes maiores. Então se a Terra girasse em torno do Sol, uma mesma estrela observada de dois meses deveria ser vista de dois ângulos diferentes, o que não acontecia. A partir disso, concluiu que as distâncias das estrelas deveriam ser milhares de vezes maiores, hipótese não aceita por Tycho Brahe, ou ainda que a Terra estivesse parada. Com isso, Tycho Brahe posicionou-se contra a Teoria Heliocêntrica e desenvolveu um modelo onde a Terra era o centro do Universo e o Sol girava em torno dela, porém os planetas giravam em torno do Sol, Figura 7.

Figura 7- Modelo proposto por Tycho Brahe

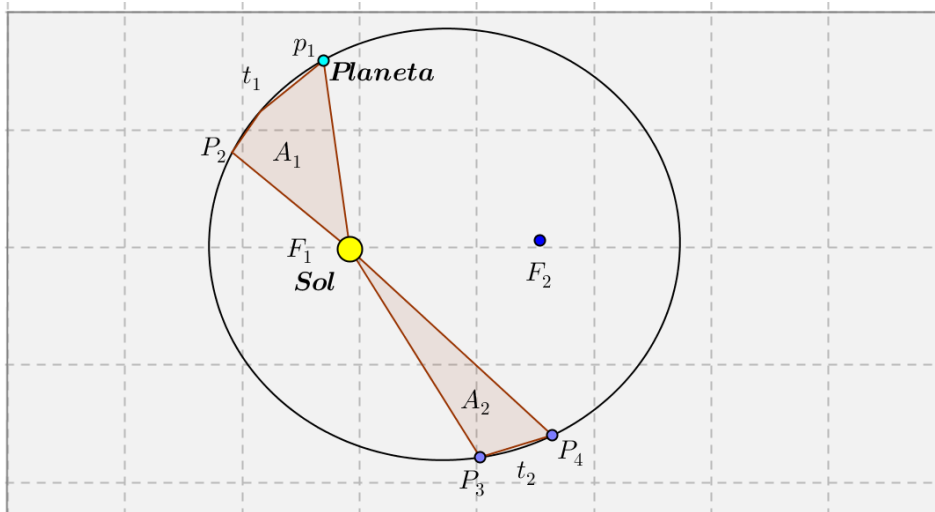


Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

A obra mais importante de Tycho Brahe foi o *Astronomiae Instauratae Progymsmata* que foi editada em 1602 e 1603 por Kepler, seu assistente, em dois volumes. O primeiro tratava do movimento da Lua e do Sol e cita 777 estrelas com suas respectivas posições. O segundo, além de abordar cometas, explica o sistema cosmológico de Tycho Brahe.

De acordo com Delgado (2013, p.115) os trabalhos de Tycho Brahe foram profundamente analisados pelo astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630) que propôs três leis que regem os movimentos dos planetas. Kepler discordava da Teoria de Ptolomeu e explica o movimento dos planetas segundo a Teoria de Copérnico. Após várias medições, Kepler concluiu que os planetas efetuavam órbitas elípticas em torno do Sol, a chamada lei das áreas, Figura 8, a qual afirmava que qualquer dos planetas percorria sempre a mesma área por unidade de tempo.

Figura 8- Ilustração da segunda lei de Kepler



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

De acordo com a primeira lei de Kepler, a órbita de um planeta é uma elipse, Figura 8, onde o Sol ocupa um dos focos F_1 . Se o planeta leva um tempo t_1 para ir de P_1 a P_2

e um tempo t_2 para ir de P_3 a P_4 e $t_1 = t_2$ então as áreas A_1 e A_2 são iguais, segunda lei.

Uma definição geométrica para elipse pode ser dada em termos de conjunto de pontos, conforme Delgado (2013, p. 99):

Definição 1 Uma elipse ε de focos F_1 e F_2 é o conjunto dos pontos P do plano cuja soma das distâncias a F_1 e F_2 é igual a uma soma constante $2a > 0$, maior do que a distância entre os focos $2c \geq 0$. Ou seja, sendo $0 \leq c < a$ e $d(F_1, F_2) = 2c$,

$$\varepsilon = \{P \mid d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a\} \quad (4)$$

Em sua terceira lei que tratava das distâncias dos planetas, Kepler dizia que os quadrados dos períodos de revolução das órbitas eram sempre proporcionais aos cubos das distâncias do planeta ao Sol conforme equação (5). Essa lei levou à introdução da chamada unidade astronômica, em que uma unidade seria a distância média entre a Terra e o Sol.

$$\frac{T^2}{D^3} = k \quad (5)$$

De acordo com a terceira lei quanto maior for a distancia D do planeta ao Sol, maior será o tempo para completar uma volta em torno desta estrela.

A terceira lei de Kepler foi um elemento de fundamental importância para Isaac Newton (1643-1727) concluir, em 1666, a *lei do quadrado inverso* (dois corpos são atraídos por uma força proporcional ao inverso do quadrado da distância entre eles). Newton confirmou as outras duas leis de Kepler como consequência da ação das forças centrípetas atuantes sobre os corpos no movimento. DELGADO (2013, p.99).

No ano de 1604 um fenômeno natural espetacular chamou a atenção das pessoas. Nos primeiros dias de outubro de 1604, uma nova luz apareceu no céu, tão brilhante quanto Vênus. Crônicas antigas relatam os medos e as angústias suscitados por essa nova estrela. Sua luminosidade, variável durante a noite, chamava a atenção de todos. O espetáculo inquietava, chegando a apavorar. Segundo as crenças populares, a aparição de um fenômeno tão insólito era o presságio de desgraças, epidemias, guerras ou morte de reis. (ENSAIADOR, 2004, p.4).

Galileu Galilei (1564-1642) físico, astrônomo e matemático da época, observou e mediu a variação de intensidade da nova estrela. Galileu foi um dos precursores da ciência moderna, em 1609 Galileu construiu um artefato que muito iria contribuir para as observações astronômicas. Tratava-se do telescópio refrator ou luneta, que apesar de ser rudimentar, proporcionou grandes avanços. Com isso pôde observar quatro dos satélites mais brilhantes de Júpiter que orbitavam o gigante planeta. A descoberta das faces de Vênus provava que esse planeta girava em torno do Sol, assim a Terra nunca poderia ser o centro do Universo. (O ENSAIADOR, 2004, p.5).

Com o telescópio Galileu constatou que a Lua estava repleta de montanhas e clareiras e foi também o primeiro a observar Marte. Essa dinâmica dos planetas era para Galileu um fator confirmatório de que a Teoria de Copérnico estava correta. Então o modelo de Ptolomeu seria para sempre derrubado. Mais tarde Galileu descobriu as manchas solares, deduzindo, então que o astro tinha movimento sobre si mesmo. Galileu percebeu também que as estrelas pareciam como pontos, mesmo se observadas com a lente, concluindo que deveriam estar a enormes distâncias. Com suas observações com o telescópio, Galileu pôde distinguir muitas estrelas não vista a olho nu, e observou também a Via Láctea como um enxame de estrelas. Suas primeiras observações foram publicadas em 1610, em *Sidereus Nuntius*. (ÉVORA, 1989).

De acordo com o livro O Ensaíador (2004, p.8) “Quando Galileu aperfeiçoou o telescópio e pôs-se a observar os astros, deixou de lado as ideias de imperfeição dos corpos celestes, tal como afirmava a astronomia aristotélica. Esta Astronomia partia da presunção de que os corpos celestes descreviam órbitas circulares uniformes, concluindo que esses corpos seriam compostos exclusivamente de um elemento (o éter) e seriam, conseqüentemente,

homogêneos e perfeitos. A observação das manchas solares, feita por Galileu, destruiu tal teoria e mostrou que o pressuposto da perfeição dos corpos celestes não deveria ser levado em consideração pelos astrônomos”.

A utilização do telescópio para a observação das estrelas revelou-se uma fonte de surpresas. De acordo com Galileu em *A mensagem das estrelas*, livro publicado por Galileu em 1632, “O céu parece, repentinamente, povoado de uma incrível massa de outras estrelas, invisíveis a olho nu, tão numerosas que quase não pudemos acreditar”. Como exemplo, Galileu mostrou o desenho de duas constelações conhecidas. A constelação de Órion completa não podia mais ser representada em uma só figura, pois, em uma abertura de um ou dois graus, o telescópio fazia aparecer mais de 500 novas estrelas. (ÉVORA, 1989).

Galileu descrevia em *A mensagem das estrelas* um método para determinar o poder de aumento de um telescópio, na época ele não conhecia as leis obedecidas por um sistema de lente, o método consistia em traçar dois círculos, com diâmetro do primeiro sendo 20 vezes maior que o do segundo. As duas formas eram fixadas em uma parede; o observador se colocava a uma distância razoável, apontando o telescópio em direção à figura menor, o outro olho, aberto, olhava para o círculo maior. Neste caso, as figuras parecerão do mesmo tamanho se o aparelho ampliar os objetos segundo a proporção desejada. (ÉVORA, 1989).

Em defesa do modelo de Copérnico, Galileu publicou sua obra *Diálogo sobre os dois principais Sistemas do mundo*, em 1632. Galileu também realizou estudos sobre o peso, e centro de gravidade dos corpos, construiu o primeiro termômetro e concebeu também a balança hidrostática. Em seus estudos sobre o movimento dos corpos, tornava-se o precursor da Dinâmica. (PARANÁ, 2000).

As afirmações de Galileu sobre o movimento dos corpos e também sobre o modelo de Copérnico causaram enorme rejeição entre os eclesiásticos defensores de Ptolomeu. Galileu foi perseguido pela inquisição e, tendo sido obrigado a retratar-se, passou os últimos dias de sua vida em uma espécie de prisão moderada.

As descobertas de Kepler e Galileu deixaram claro que deveria existir uma força sobre os planetas que os fazia orbitar o Sol. A ideia de que as órbitas eram guiadas por caminho circulares e sólidos já estavam sem credibilidade e, portanto ultrapassada. Foi Isaac Newton (1643-1727) quem com sua Teoria da Gravitação, iria solucionar este problema, Explicando detalhadamente a dinâmica do Universo. (PARANÁ, 2000).

Em seus cálculos, Newton concluiu que essa força não poderia ser igual para dois corpos tendo variação de distância. Tratava-se então de uma força que diminuía com a

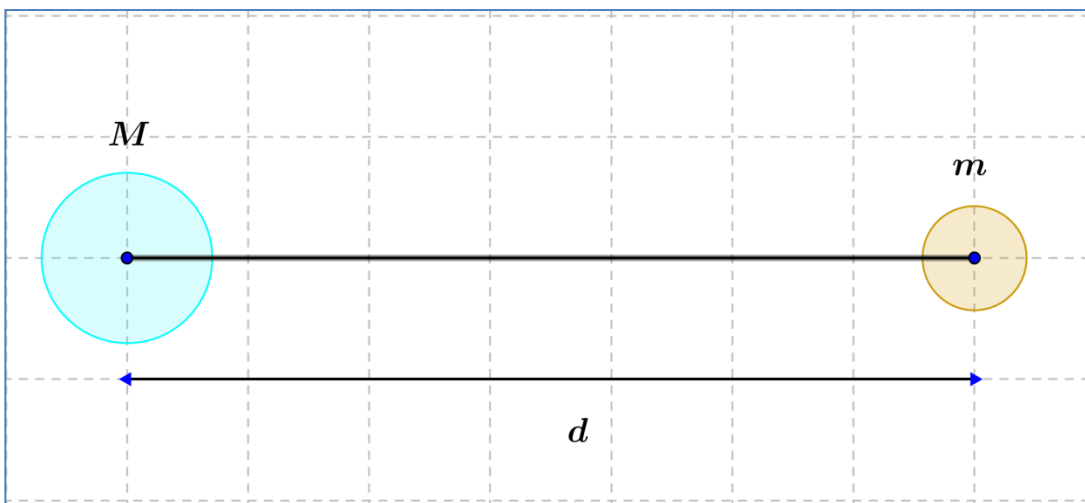
distância. Segundo Newton em sua obra, *Princípio Matemático da Filosofia Natural*, “Se em duas esferas gravitando uma em direção à outra, a matéria é semelhante em todos os lugares circundantes e equidistantes dos centros, o peso de cada esfera em direção à outra será inversamente proporcional ao quadrado da distância entre seus centros”.

Conforme Paraná (2000, p. 365), uma formulação Matemática para a Lei da Gravitação Universal de Newton é dada por:

$$F = G \frac{M \cdot m}{d^2} \quad (6)$$

Uma ilustração para entender a equação (6) se encontra na Figura 9, em que M e m são as massas dos corpos e d é a distância entre seus centros e na equação G é a constante de gravitação universal ou de proporcionalidade entre F e $\frac{M \cdot m}{d^2}$.

Figura 9- Ilustração para a Lei da Gravitação Universal



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Segundo Hawking (2002, p. 32) Isaac Newton nos deu o primeiro modelo matemático para o tempo e o espaço. No modelo de Newton tempo e espaços constituíam um plano de fundo em que os eventos ocorriam mais não eram afetados por eles.

No final do século XIX, os cientistas acreditavam estavam próximos de uma descrição completa do Universo. Eles imaginavam que o espaço fosse preenchido por um meio contínuo chamado **éter**. Raios luminosos e sinais de rádio eram ondas nesse **éter**, assim como o som são ondas de pressão no ar.

De acordo com a ideia de éter, esperava-se que a luz se movesse com velocidade fixa através do éter, mas, se você se movesse através do éter na mesma direção da luz, ela apareceria mais lenta e se você se movesse na direção oposta da luz ela pareceria mais rápida. Contudo uma serie de experimentos falhou ao sustentar essa ideia. (HAWKING, 2002).

Em 1905, Albert Einstein (1879-1955) mostrou em um artigo que, se uma pessoa não conseguia detectar se estava ou não se movimento no espaço a noção de éter era supérflua. De acordo com Einstein a velocidade da luz deveria ser a mesma para todos os observadores em movimento, e isso exigia o abandono da ideia de tempo absoluto conforme a Teoria de Newton. (HAWKING, 2002).

Fez-se assim necessário elaborar uma nova teoria para explicar o movimento dos corpos. Esta teoria, chamada a princípio de Teoria da Relatividade restrita e depois de Teoria da Relatividade Geral, foi elaborada por Albert Einstein entre 1905 e 1915. Na elaboração da Teoria da relatividade Einstein estudou a teoria dos espaços e superfícies curvos desenvolvida por Georg Friedrich Riemann (1826-1866) como um trabalho de Matemática abstrata.

De acordo com Hawking (2002, p. 34), “A relatividade geral combina a dimensão temporal com as três dimensões do espaço para formar o que se denomina espaço-tempo. A teoria incorpora o efeito da gravidade, afirmando que a distribuição de matéria e energia no Universo deforma e distorce o espaço-tempo, fazendo com que não seja plano.”.

Uma importante equação da Teoria da Relatividade é chamada de equação de campo de Einstein:

$$E_{ik} = 8\pi \frac{G}{c^4} T_{ik} \quad (7)$$

A equação (7) descreve como o espaço-tempo está relacionado com a matéria, onde E_{ik} é chamado de tensor de curvatura de Einstein, G é a constante gravitacional, T_{ik} é o tensor de energia momento e c é a velocidade da luz no vácuo. Mais detalhes em (HAWKING, 2002).

A Teoria da Relatividade levou a muitas outras descobertas entre elas a que o Universo está em expansão, que foi antes percebido pelas observações do astrônomo Edwin Hubble (1889-1953) com o seu telescópio refletor de 5 metros. Outra consequência é a equivalência entre a massa e a energia expressa pela famosa equação:

$$E = mc^2$$

Mostrando que com uma pequena quantidade de massa era possível obter uma grande quantidade de energia.

Este capítulo tratou de como a Matemática e a Astronomia estão relacionadas.

Percebemos que ao longo do tempo a Matemática foi usada para desenvolver a Astronomia e a Astronomia foi usada para desenvolver a Matemática. Vimos também que muitas respostas para problemas que surgiram no desenvolvimento da humanidade foram dadas fazendo uso de instrumentos, inclusive o telescópio refrator, tema central de nosso trabalho. Na próxima seção estudaremos o fenômeno da refração, uma vez que seu entendimento é essencial para entendermos o funcionamento de lentes e conseqüentemente do telescópio refrator.

2.2 Refração

A maior parte dos objetos que vemos ao nosso redor não emitem luz própria. Os objetos são visíveis porque reemitem a luz que incide em suas superfícies, vinda de uma fonte primária tal como o Sol ou uma lâmpada, ou de uma fonte secundária tal como o céu iluminado. (HEWITT, 2002).

Embora as ondas luminosas se espalhem ao se afastarem de uma fonte, a hipótese de que a luz se propaga em linha reta constitui frequentemente uma boa aproximação. O estudo das propriedades das ondas luminosas usando esta aproximação é chamada de óptica geométrica. (HALLIDAY, 2007).

Quando a luz incide na superfície de um material, ou ela é reemitida sem que ocorra alteração na sua frequência, ou é absorvida por ele e o aquece. Dizemos que a luz é refletida quando ela retorna ao meio de onde veio – o processo é chamado de reflexão. Quando a luz passa de um material transparente para outro, dizemos que ela é refratada, e o processo é chamado de refração. (HEWITT, 2002).

A passagem da luz por uma superfície (ou interface) que separa dois meios diferentes é chamada de refração. A menos que o raio incidente seja perpendicular à interface, a refração muda a direção de propagação da luz. (HALLIDAY, 2017).

A compreensão do funcionamento do telescópio refrator e de suas partes está diretamente relacionada com a refração da luz. Um importante princípio chamado de **Princípio do Mínimo tempo** ajuda a compreender a refração.

Ao ir de um lugar a outro, a luz escolherá o percurso mais eficiente e se propagará em linha reta. Isso é verdade se nada existir para obstruir a passagem da luz entre os lugares

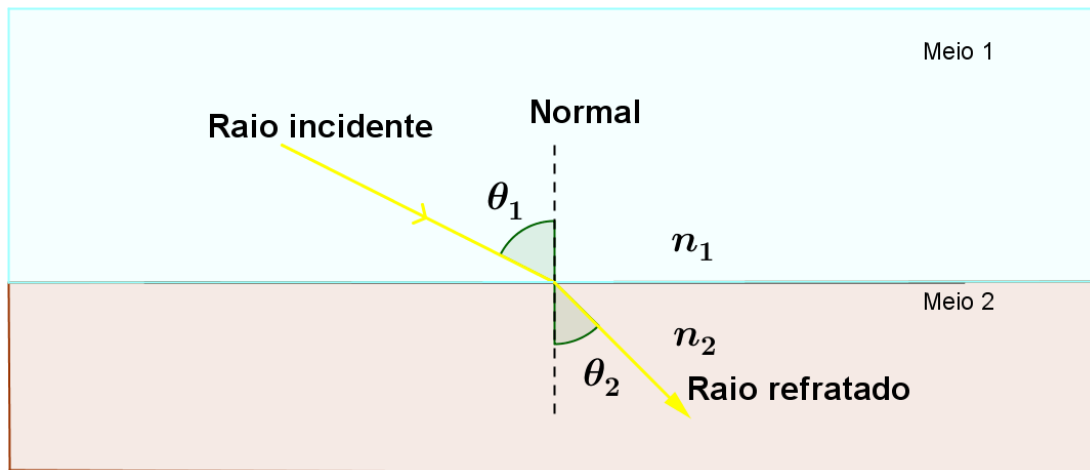
em consideração. Se a luz é refratada, como quando ela passa do ar para água, uma equação conhecida como lei de Snell é utilizada para descrever a trajetória da luz. (HEWITT, 2002) .

A lei quantitativa da refração, equação (8), chamada de lei de Snell, é creditada ao astrônomo e matemático W. Snell (1580-1626) :

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2 \quad (8)$$

Na equação (8) n_1 e n_2 são os índices de refração dos meios existentes de cada lado da superfície delimitadora , e θ_1 e θ_2 são os respectivos ângulos de incidência e de refração, Figura 10.

Figura 10-Raio de luz passando por dois meios diferentes



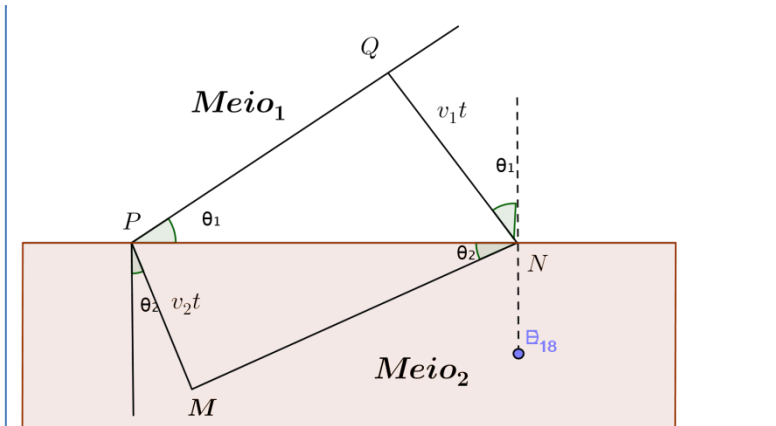
Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

A equação (8) pode ser demonstrada usando o princípio de Fermat ou o princípio de Huygens. Christian Huygens (1629-1695) foi um físico e matemático holandês que enunciou o seguinte princípio para explicar a propagação da luz: “Cada ponto de uma frente de onda comporta-se como fonte de **pequenas** ondas secundárias, que se propagam em todas as direções com velocidade igual à da onda principal. Após um intervalo de tempo Δt , a nova posição da frente de onda é a envoltória das frentes das ondas secundárias”. (CALÇADA, 2001, p. 59).

Demonstração: Na Figura 11, PQ representa uma frente de onda que vai do $Meio_1$ para o $Meio_2$, incidindo na interface de separação, sofrendo refração e se transformando na frente de onda representada pelo seguimento MN , com ângulo de refração θ_2 . Os triângulos PQN e PMN são retângulos , no qual \overline{PN} é a hipotenusa comum e $\overline{QN} = v_1 t$ e $\overline{PM} = v_2 t$, pois a

distância percorrida pela frente de onda é dada por vt , em que v é a velocidade e t representa o tempo.

Figura 11- A refração de uma onda plana em uma superfície plana



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Do triângulo PQN , temos :

$$\text{sen } \theta_1 = \frac{v_1 t}{PN} \Rightarrow \overline{PN} = \frac{v_1 t}{\text{sen } \theta_1} \quad (9)$$

Do triângulo PMN , temos:

$$\text{sen } \theta_2 = \frac{v_2 t}{PN} \Rightarrow \overline{PN} = \frac{v_2 t}{\text{sen } \theta_2} \quad (10)$$

Combinando as equações (9) e (10) obtemos:

$$\frac{v_1 t}{\text{sen } \theta_1} = \frac{v_2 t}{\text{sen } \theta_2} \Rightarrow \text{sen } \theta_1 v_2 = \text{sen } \theta_2 v_1 \quad (11)$$

Segundo Halliday (2007, p. 75), podemos definir o índice de refração n para cada meio como a razão entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no meio. Assim:

$$n = \frac{c}{v} \quad (12)$$

Em particular, para os dois meios anteriores, temos:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \quad e \quad n_2 = \frac{c}{v_2} \quad (13)$$

E combinando (11) com (13) teremos:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad \text{Equação de Snell}$$

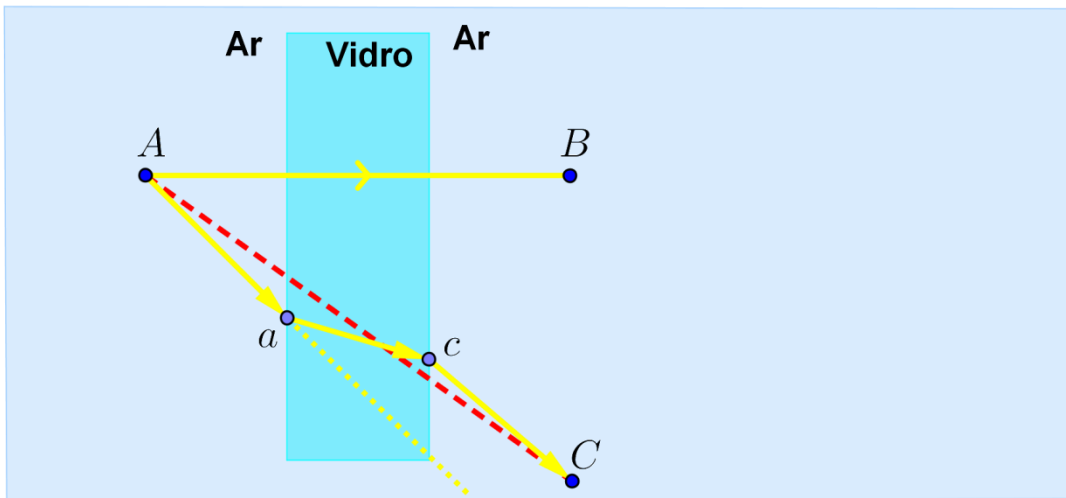
Uma explanação mais detalhada sobre a equação de Snell e sua dedução pode ser obtida em Halliday (2007).

De acordo com a equação (8) podemos concluir que se $n_2 = n_1$ então $\theta_2 = \theta_1$ e a refração não desvia o raio luminoso, se $n_2 > n_1$ então $\theta_2 < \theta_1$ e a refração faz o raio luminoso se aproximar da normal, se $n_2 < n_1$ então $\theta_2 > \theta_1$ e a refração faz o raio de luz se afastar da normal.

O princípio do tempo mínimo é a ideia que está subjacente a todas as equações que descrevem as trajetórias seguidas pela luz. Essa ideia foi formulada pelo cientista francês Pierre Fermat (1601-1665) por volta de 1650, e é chamada de **Princípio de Fermat do mínimo tempo**. Sua ideia foi esta: entre todas as possíveis trajetórias que vão de um determinado ponto até outro qualquer, a luz escolhe o caminho que requer o mínimo tempo. (HEWITT, 2002).

A refração no vidro ilustra o princípio do mínimo tempo (Figura 12), quando a luz se propaga do ponto A para o ponto B através do vidro, ela seguirá um caminho retilíneo pois a distância mais curta através do ar e do vidro corresponde ao mínimo tempo. Mas de A para C , embora a linha tracejada AC seja o caminho mais curto, a luz percorre um caminho ligeiramente mais longo através do ar, entre A e a , do que o caminho mais curto através do vidro até c , e daí para C . A luz emergente está deslocada, mas continua paralela à luz incidente. Como a luz se propaga com uma rapidez menor no vidro do que no ar, o tempo economizado em tomar este caminho mais curto através do vidro mais do que compensa o tempo adicional requerido para percorrer o caminho ligeiramente mais longo através do ar. (HEWITT, 2002).

Figura 12-A refração no vidro ilustra o princípio do mínimo tempo



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

O estudo da refração e suas leis é essencial no entendimento do funcionamento de uma lente e conseqüentemente no funcionamento do telescópio refrator. Uma vez que a construção do telescópio envolveu o desenvolvimento de uma lente objetiva que tivesse uma qualidade que minimizasse o efeito da dispersão da luz ao passar pela lente chamado de **aberração cromática**, efeito este que será discutido mais detalhadamente na secção 2.6.

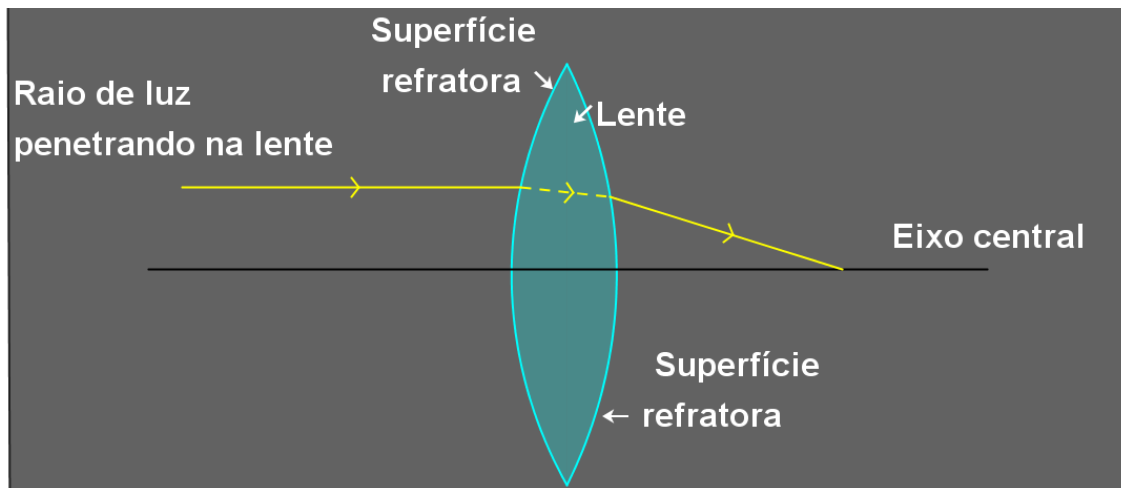
Este trabalho envolve o estudo de lentes e de como diminuir o efeito da aberração cromática. Nas secções seguintes serão analisados os elementos de uma lente e suas propriedades, além do efeito da aberração cromática.

2.3 Lentes

Nesta secção, serão apresentados conceitos e definições de lentes e suas propriedades de acordo com Guimarães (2015), Halliday (2007), e Hewitt (2002).

Uma lente é um corpo transparente limitado por duas superfícies refratoras cujos eixos centrais coincidem. O eixo central comum é o eixo central da lente. Quando uma lente está imersa no ar, a luz se propaga nesse meio, penetra na lente, é refratada duas vezes e volta a se propagar no ar conforme Figura 13. Cada uma das duas refrações pode mudar a direção dos raios luminosos. (HALLIDAY, 2007).

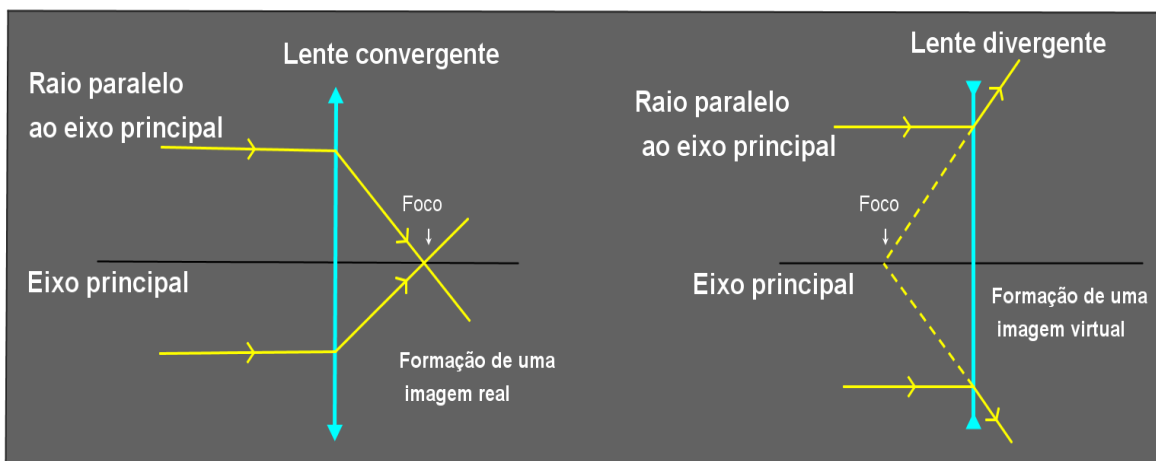
Figura 13– Raio de luz penetrando em uma lente sofre desvio em sua direção



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Uma lente que faz com que os raios luminosos inicialmente paralelos ao eixo central se aproximem do eixo é chamada de lente convergente; uma lente que faz com que os raios se afastem do eixo central é chamada de lente divergente (Figura 14). Quando um objeto é colocado à frente de uma lente convergente ou divergente, o prolongamento dos raios luminosos pela lente pode produzir uma imagem do objeto.

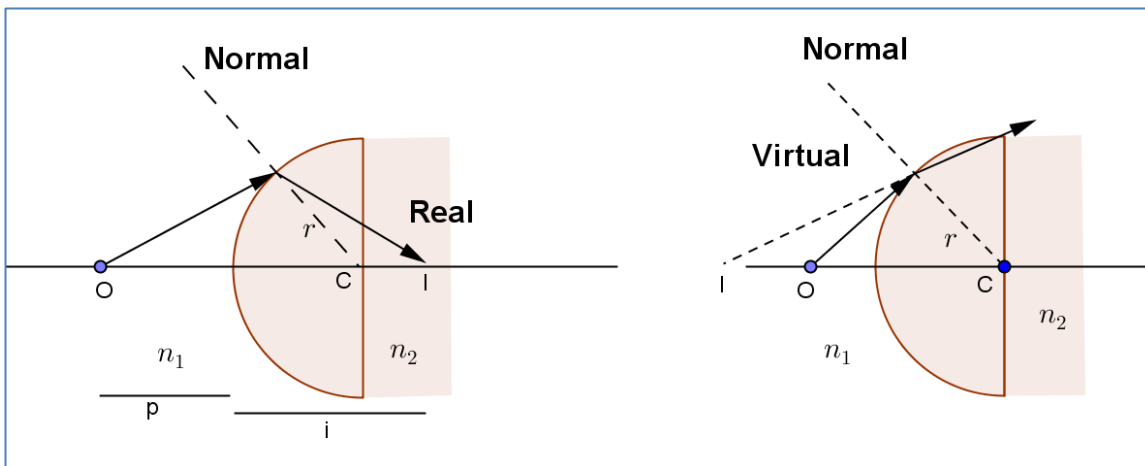
Figura 14– Raio de luz penetrando paralelo ao eixo principal



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

De acordo com Halliday (2007) no ponto de refração de cada raio, a normal à interface passa pelo centro de curvatura da lente e por causa da refração, o raio se aproxima da normal se estiver penetrando em um meio com maior índice de refração e se afasta da normal se estiver penetrando em um meio de menor índice de refração. Se o raio refratado intercepta o eixo central, a imagem formada pela refração é real; se o raio refratado não intercepta o eixo central, a imagem formada pela refração é virtual, Figura 15.

Figura 15- Imagens formadas pela refração dos raios luminosos em interfaces



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

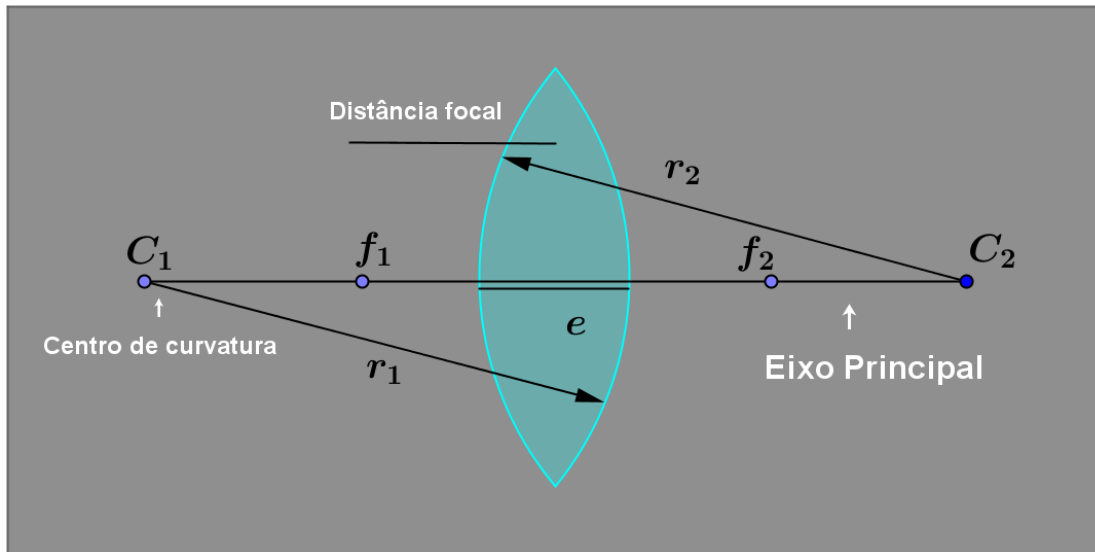
Na Figura 15, temos uma interface esférica de centro de curvatura C e raio de curvatura r , a luz é emitida por um objeto pontual O em um meio de índice de refração n_1 e incidirá em uma interface esférica com um meio de índice de refração n_2 formando uma imagem I , nos dois casos $n_2 > n_1$. Segundo Halliday (2007), a distância p do objeto à interface e a distância i da imagem à interface para raios luminosos que fazem um ângulo pequeno com o eixo central podem ser relacionadas pela equação:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r} \quad (14)$$

Quando o objeto está diante de uma interface refratora convexa, o raio de curvatura r é positivo; quando o objeto está diante de uma interface côncava, r é negativo.

Conforme Hewitt (2002), algumas características fundamentais na descrição das lentes são mostradas na Figura 16, para o caso de uma lente convergente. O eixo principal de uma lente é a linha que passa pelos centros de curvaturas C_1 e C_2 de suas duas superfícies, r_1 e r_2 são os raios de curvatura das faces da lente. O foco da lente é aquele ponto para o qual converge um feixe de raios luminosos paralelos ao eixo principal, sua distância focal é a distância do centro da lente a qualquer dos focos e sua espessura é denotada por e . Como a lente possui duas superfícies ela tem dois pontos focais f_1 e f_2 .

Figura 16- Elementos de uma lente



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

De acordo com Halliday (2007), para lentes delgadas, lentes nas quais a distância do objeto p , a distância da imagem i e os raios de curvaturas r_1 e r_2 das superfícies da lente são muito maiores que a espessura da lente, a relação entre a imagem e o objeto é dada pela equação:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i} \quad (15)$$

Também segundo Halliday (2007), para uma lente delgada com índice de refração n imersa no ar, a distância focal f é dada por:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (16)$$

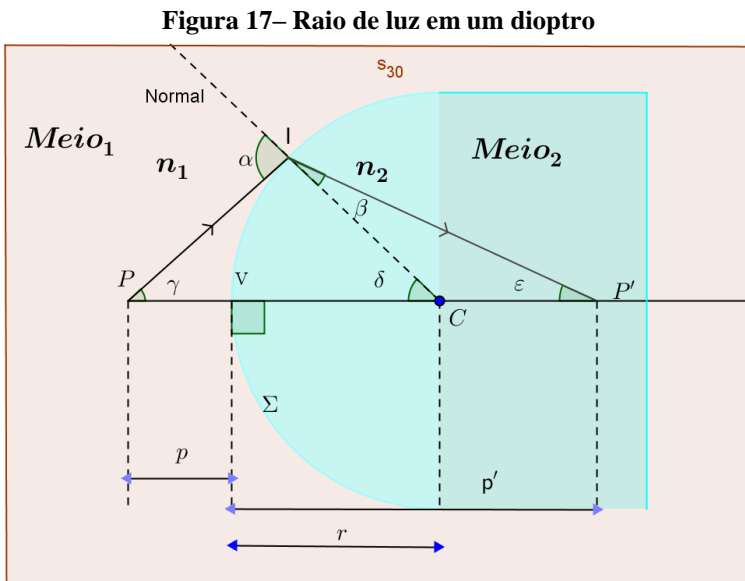
Esta equação é conhecida como equação do fabricante de lentes. Na equação (16) r_1 é o raio de curvatura da superfície da lente mais próxima do objeto e r_2 é o raio de curvatura da outra superfície.

Analisando a equação (16) para uma lente com uma das superfícies planas, ou seja, um dos raios tendendo ao infinito, a equação se simplifica:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} \right) \quad (17)$$

Demonstração da equação (14), conforme Guimarães (2015):

Um dioptro é constituído pelos meios transparentes $Meio_1$ e $Meio_2$, de índices absolutos de refração n_1 e n_2 , respectivamente, separados pela superfície esférica Σ com centro de curvatura C e raio r . Para um objeto pontual P separado a uma distância p do ponto V , o dioptro conjuga uma imagem, também pontual P' , situada a uma distância p' de V , Figura 17.



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Conforme Guimarães (2015), estabelecendo uma relação entre n_1 , n_2 , p , p' e r , e considerando a lei de Snell à refração do raio luminoso no ponto I , tem-se:

$$n_1 \operatorname{sen} \alpha = n_2 \operatorname{sen} \beta$$

E admitindo que os raios de luz incidente e emergente sejam pouco inclinados em relação à reta determinada por P e P' , de forma que os ângulos α e β sejam pequenos, menores que 5° e expressando os ângulos em radianos, vale a aproximação:

$$\operatorname{sen} \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha \text{ e } \operatorname{sen} \beta \approx \operatorname{tg} \beta \approx \beta$$

Logo podemos aproximar a lei de Snell para:

$$n_1 \alpha = n_2 \beta \tag{18}$$

No triângulo PCI , (Figura 17), α é ângulo externo, de forma que:

$$\alpha = \gamma + \delta \quad (19)$$

No triângulo $P'CI$, (Figura 17), δ é o ângulo externo, de forma que :

$$\delta = \beta + \varepsilon \Rightarrow \beta = \delta - \varepsilon \quad (20)$$

Combinando (18), (19) e (20), obtém-se:

$$\begin{aligned} n_1(\gamma + \delta) &= n_2(\delta - \varepsilon) \Rightarrow n_1\gamma + n_1\delta = n_2\delta - n_2\varepsilon \Rightarrow \\ n_1\gamma + n_2\varepsilon &= (n_2 - n_1)\delta \end{aligned} \quad (21)$$

Também podem ser considerar para ângulos pequenos as aproximações, (Figura 17):

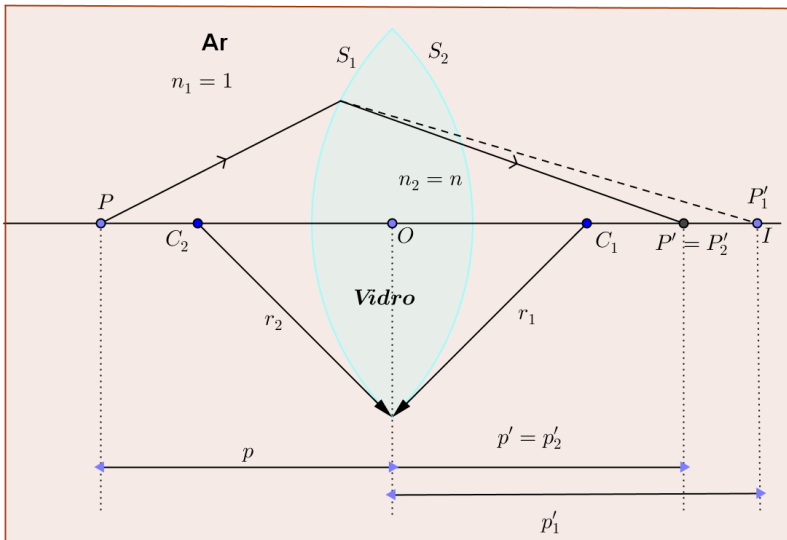
$$\gamma \approx \text{tg } \gamma = \frac{\overline{IV}}{P}, \quad \varepsilon \approx \text{tg } \varepsilon = \frac{\overline{IV}}{P'} \quad e \quad \delta \approx \text{tg } \delta = \frac{\overline{IV}}{r} \quad (22)$$

Finalmente combinando as equações (21) e (22), obtém se a equação do diopetro (14):

$$\begin{aligned} n_1\gamma + n_2\varepsilon &= (n_2 - n_1)\delta = n_1\frac{\overline{IV}}{P} + n_2\frac{\overline{IV}}{P'} = (n_2 - n_1)\frac{\overline{IV}}{r} \Rightarrow \\ \frac{n_1}{P} + \frac{n_2}{P'} &= \frac{n_2 - n_1}{r} \end{aligned}$$

Para demonstração da equação (16) considera-se agora conforme Guimarães (2015) a situação para uma lente imersa no ar de superfícies esféricas S_1 e S_2 , com raios de curvaturas r_1 e r_2 respectivamente e com índice de refração n , como se pode ver na Figura 18.

Figura 18- Ilustração para orientar a demonstração da equação (9)



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Para um objeto pontual P , colocado a uma distância p do centro óptico O da lente, forma-se uma imagem final P' situada a uma distância p' de O . Considerando os raios de curvatura r_1 e r_2 das faces S_1 e S_2 respectivamente, e aplicando a equação (14):

$$\frac{1}{p} + \frac{n}{p'_1} = \frac{n-1}{r_1} \quad (23)$$

A imagem gerada pela superfície S_1 comporta-se como um objeto virtual em relação à face S_2 . Aplicando a equação (14) nessa face teremos:

$$-\frac{n}{p'_1} + \frac{1}{p'_2} = \frac{n-1}{r_2} \quad (24)$$

Somando-se as equações (23) com (24) teremos:

$$\frac{1}{p} + \frac{n}{p'_1} - \frac{n}{p'_1} + \frac{1}{p'_2} = \frac{n-1}{r_1} + \frac{n-1}{r_2} \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{p'_2} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Conforme equação (15):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

Assim:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \text{Equação do fabricante de lentes}$$

Segundo Halliday (2007), na equação do fabricante de lentes, quando a face é convexa, associa-se um sinal positivo ao raio de curvatura, e quando a face é côncava associa-se um sinal negativo ao raio de curvatura, a superfície plana pode ser considerada de raio de curvatura tendendo ao infinito.

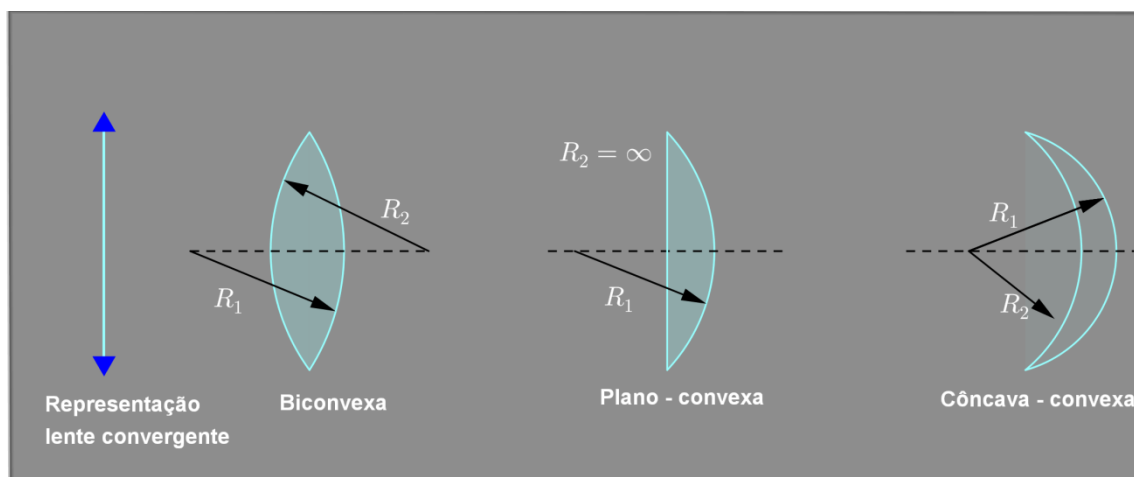
Com objetivo de compreender melhor o funcionamento do telescópio, esta secção abordou algumas equações e definições sobre lentes. A próxima secção abordará de que forma são classificadas as lentes esféricas.

2.4 Classificação das Lentes Esféricas

Segundo Guimarães (2015), lentes esféricas são sistemas ópticos nos quais predomina a refração. Elas contêm pelo menos um dioptra esférico e podem ser convergentes (positivas) ou divergentes (negativas), dependendo da relação entre o índice de refração da lente com o do meio e da geometria da lente.

Se a espessura da lente diminui do centro para a periferia, ela é dita de bordos finos, Figura 19. Convenciona-se citar, inicialmente, o nome da face que tiver o maior raio de curvatura.

Figura 19- Classificação das lentes de bordas delgadas

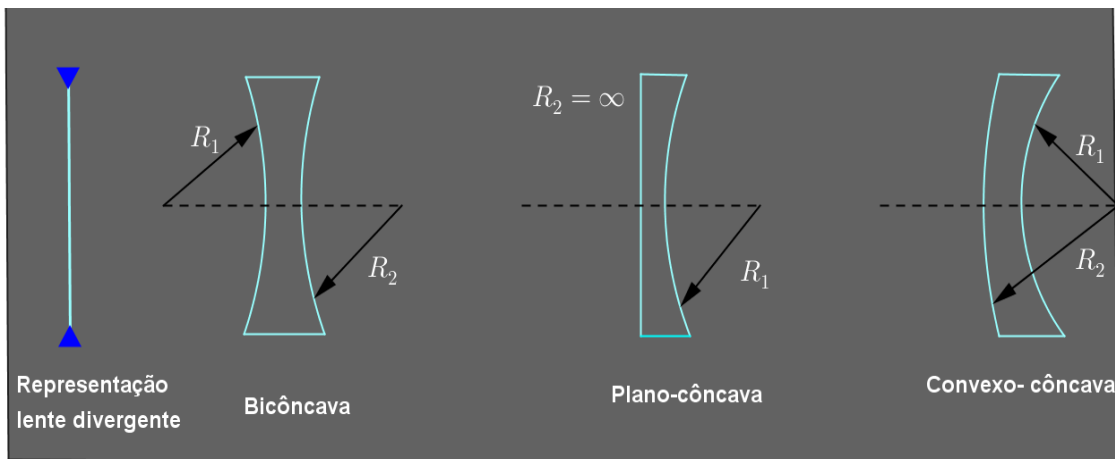


Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

De acordo com Halliday (2007), se o material de que é feita a lente de bordas finas tiver um índice de refração maior que o meio a lente será convergente. Caso o índice de refração seja menor que o meio a lente será divergente.

Se a espessura da lente aumenta do centro para a periferia, a lente é dita de bordos grossos, conforme Figura 20.

Figura 20- Classificação das lentes de bordas grossa



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

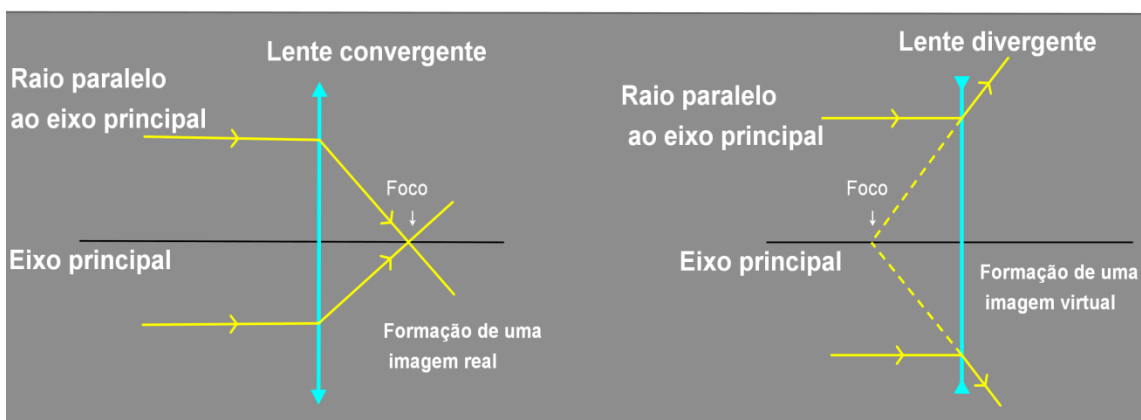
Também de acordo com Halliday (2007), se o material de que é feita a lente de bordas grossas tiver um índice de refração maior que o meio, a lente será classificada como divergente. Caso o índice de refração seja menor que o meio, a lente será classificada como convergente.

2.5 Propriedades dos Raios luminosos e Formação de Imagens

Conforme Hewitt (2002), uma lente tem sempre dois focos, o foco-imagem e o foco-objeto, que são simétricos em relação à lente. O nome foco-imagem e foco-objeto dependem do sentido da luz incidente.

Guimarães (2015), afirma que todo raio incidente paralelo ao eixo principal emerge da lente tendo a direção de um dos focos, Figura 21.

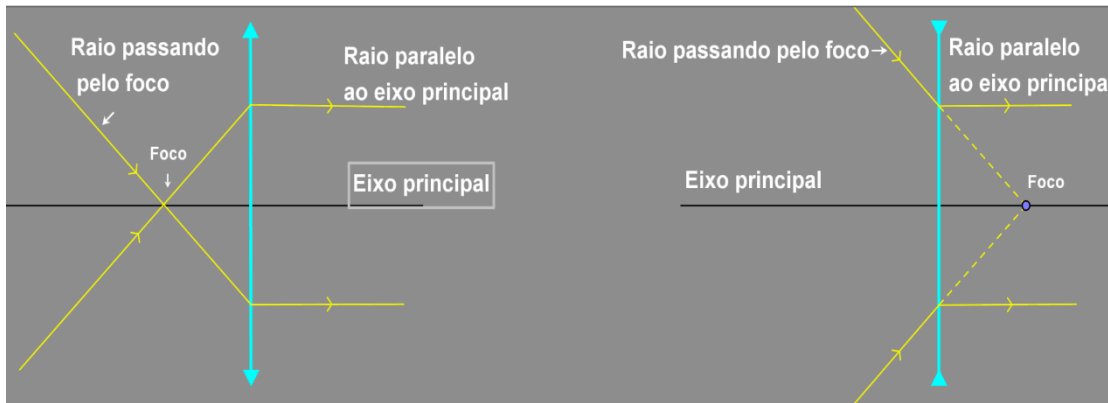
Figura 21- Raio de luz passando paralelo ao eixo principal.



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Também de acordo com Guimarães (2015), todo raio incidente que passa pelo foco ou tem a direção do foco (foco-objeto), emerge da lente paralelo à direção do eixo principal, Figura 22.

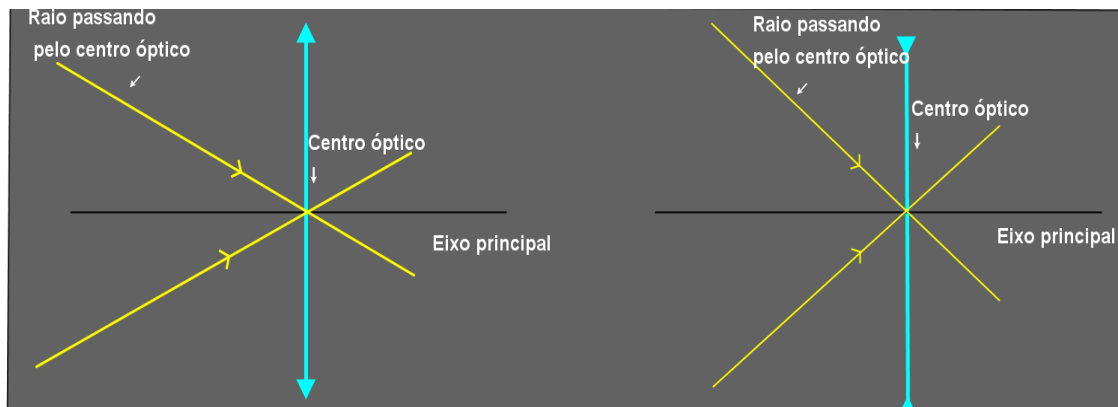
Figura 22- Raios passando pelo foco em uma lente convergente



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Todo raio incidente sobre o centro óptico passa através da lente sem sofrer desvio, pois nesse local os dois lados da lente são quase paralelos, Figura 23.

Figura 23- Raios passando pelo centro óptico em uma lente



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

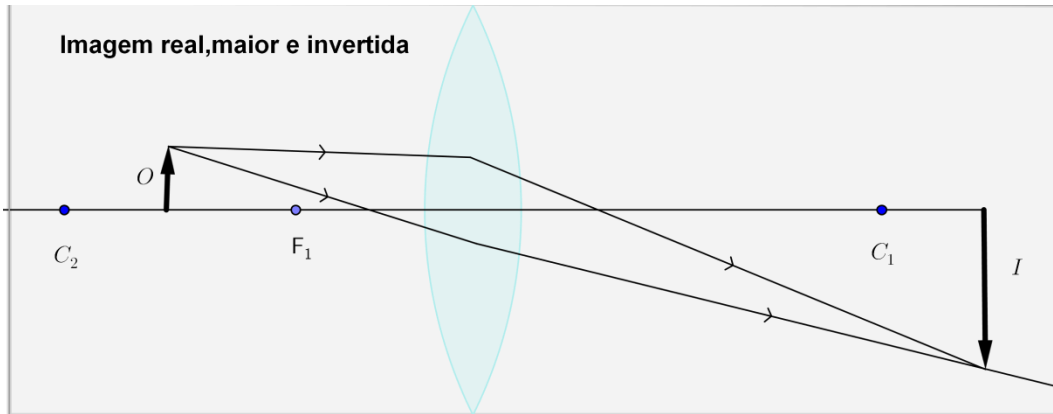
Será analisado brevemente a formação de imagens de uma lente, conforme Hewitt (2002), uma análise mais detalhada pode ser encontrada em Halliday (2007).

Uma lente pode produzir uma imagem de um objeto porque é capaz de desviar os raios luminosos, mas só é capaz de desviar os raios luminosos se o seu índice de refração for diferente do índice de refração do meio. (HALLIDAY, 2007, p. 48).

De acordo com Hewitt (2002, p. 485), o uso mais simples de uma lente convergente é como lente de aumento, as lentes convergentes podem produzir imagens reais ou virtuais dos objetos. Quando os objetos estão afastados demais, além do ponto focal de

uma lente convergente, forma-se uma imagem real, menor e invertida dele. Se o objeto estiver entre o foco e o centro de curvatura a imagem será maior, invertida e real, Figura 24. Caso o objeto se encontre entre a lente e o foco, a imagem será maior, direta e virtual.

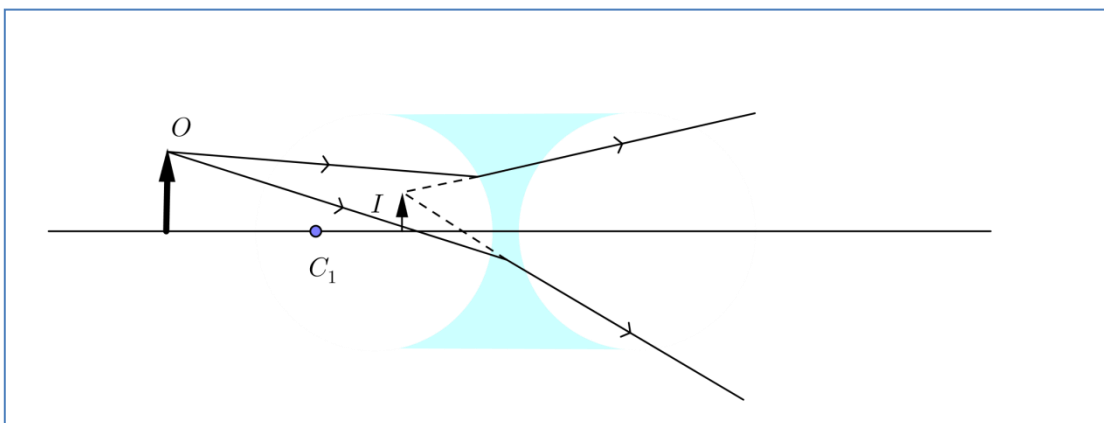
Figura 24- Formação de uma imagem real



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Uma lente divergente usada isoladamente produz uma imagem virtual reduzida. Não faz diferença a proximidade ou o afastamento do objeto. Usada isoladamente, uma lente divergente fornece uma imagem que é sempre virtual, direta e menor que o objeto, exemplo Figura 25.

Figura 25– Imagem virtual I de um objeto O, formada por uma lente divergente

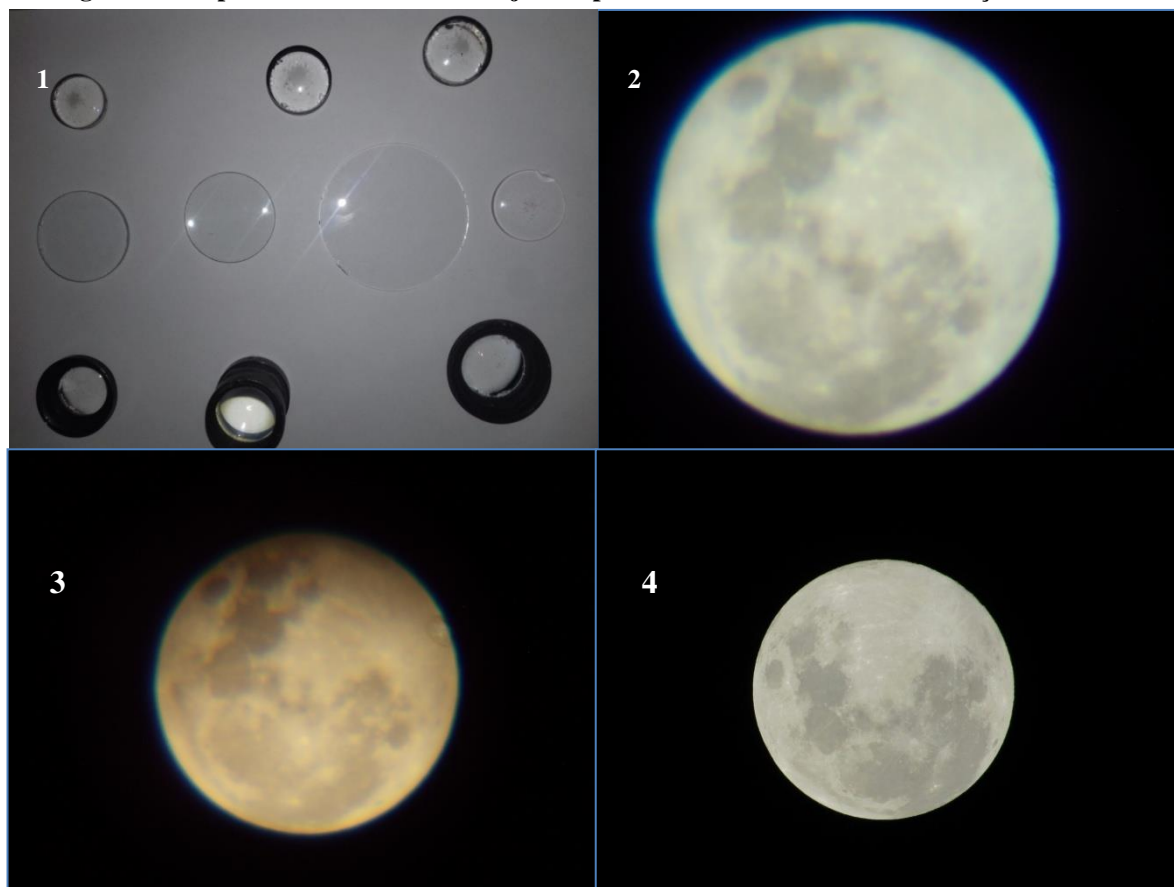


Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Uma das dificuldades na construção do telescópio refrator é a obtenção das lentes para sua confecção, uma vez que este trabalho busca a construção de um telescópio de qualidade e ao mesmo tempo de baixo custo, fez se necessário uma pesquisa experimental para obtenção de lentes de qualidade e ao mesmo tempo de valores não muito elevado.

O processo de obtenção da lente objetiva se fez através do método comparativo aliado aos conceitos de óptica. Ao longo do trabalho da construção do telescópio refrator foram realizadas algumas observações celestes (Figura 26, foto 2, 3 e 4) com lentes de diferentes espessuras (Figura 26, foto 1) fabricadas previamente com objetivo de diminuir os efeitos da aberração cromática (secção 4.6).

Figura 26– Experimentos com lentes objetivas para minimizar o efeito da aberração cromática



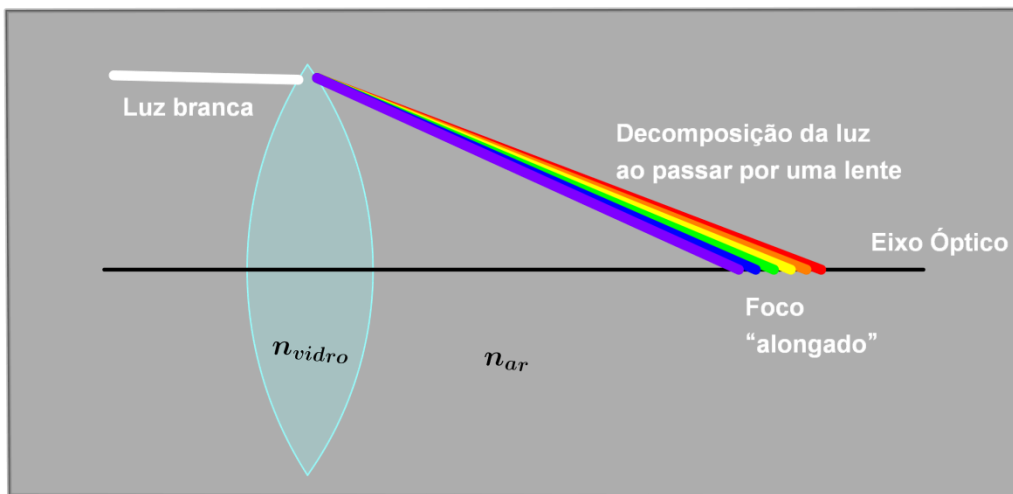
Fonte: Próprio autor.

A sequência de imagens 2, 3 e 4 na Figura 26 foi obtida usando respectivamente lentes objetivas mais finas. A imagem da Lua em 2, apresenta um acentuado efeito da aberração cromática. Com a diminuição da espessura da lente este efeito é minimizado, conforme imagem 3 e 4.

2.6 Aberração Cromática

Pelos experimentos realizados por Isaac Newton (1642-1727), sabe-se que a luz branca é composta por várias cores com comprimento de onda característico. Na decomposição da luz branca por um prisma, obtêm-se as cores: vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta. Essa decomposição pode ser flagrada na natureza, no maravilhoso fenômeno do arco-íris e também acontece em uma lente conforme Figura 27.

Figura 27- Decomposição da luz ao passar por uma lente imersa no ar



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

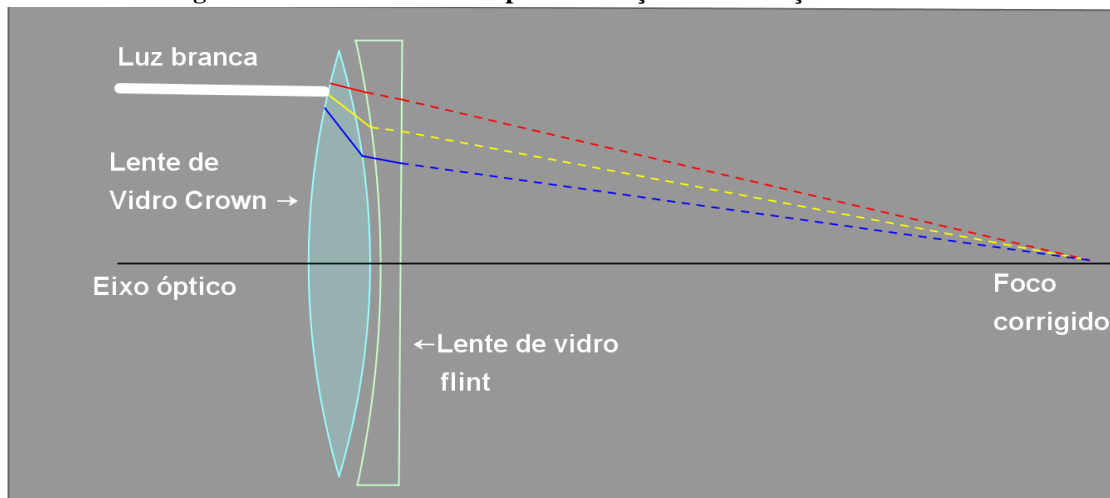
Este fato ocorre porque, como cada cor tem um desvio diferente ao passar pela lente (o azul desvia mais do que o vermelho por exemplo, devido ao fato de possuírem comprimentos de onda diferente), a imagem formada pela lente no anteparo, correspondente aos raios azuis, forma-se antes (mais próximo da lente) do que a dos raios vermelhos, fato mais acentuado nas bordas.

Conforme afirma Évora (1989), o telescópio refrator, também conhecido como luneta, foi aperfeiçoado pelo astrônomo e físico Galileu Galilei no ano de 1610. O telescópio utilizado por Galileu era um instrumento de pequenas dimensões e constituído por uma objetiva cromática (objetiva formada por uma única lente convergente). Este tipo de objetiva apresenta um grave problema: a aberração cromática, isto é, as diferentes cores que formam a luz branca são decompostas, fazendo com que os diferentes componentes cromáticos interceptem o eixo óptico da objetiva em pontos diferentes. Assim um observador que utiliza este tipo de instrumento percebe algumas manchas coloridas em volta dos astros.

Para diminuir um pouco os efeitos da aberração cromática os construtores de telescópios refratores começaram a produzir lentes objetivas com distâncias focais extremamente grandes, pois à medida que aumentamos a distância focal, as diferentes cores

que compõem a luz branca encontram o eixo óptico em pontos mais próximos. Os telescópios refratores só começaram a atingir as dimensões atuais com a invenção da objetiva acromática (Figura 28). Esse tipo de objetiva foi proposta em 1733 por Chester More Hall e a primeira objetiva desse tipo foi feita por John Dollond em 1759.

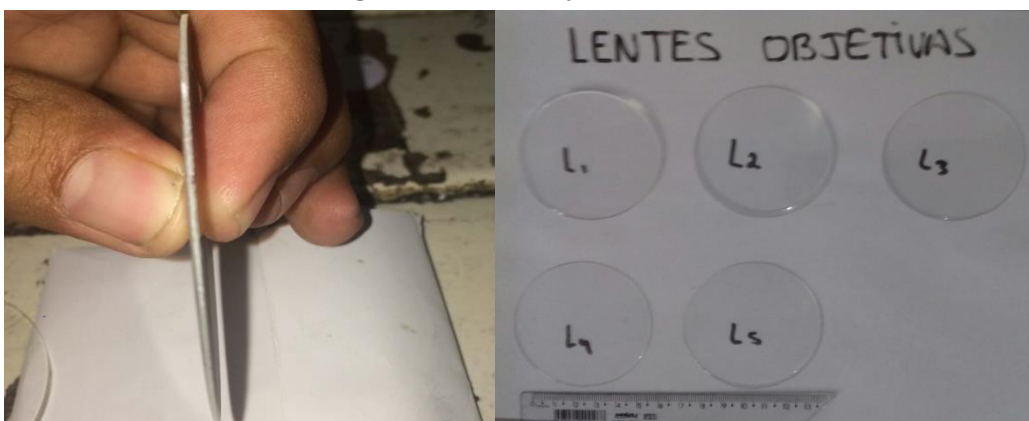
Figura 28– Lente acromática para resolução da aberração cromática



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

O problema da aberração cromática na construção do telescópio refrator foi minimizado seguindo algumas tentativas de produzir lentes cada vez mais finas, Figura 29, pois construir lentes com distâncias focais acima de 1 metro tornaria os telescópios extremamente grandes e a utilização de lentes acromáticas elevaria o custo do projeto inviabilizando a construção dos telescópios.

Figura 29- Lentes objetivas finas



Fonte: Próprio autor.

O experimento de construir lente cada vez mais fina se justifica, pois o efeito da aberração cromática é resultante da dispersão causada pela curvatura da lente, semelhante ao

fenômeno que pode ser observado em um prisma que ao ser atravessado por luz branca, causa a decomposição dessa luz em um leque luminoso de várias cores.

Sabe-se conforme Hewitt (2002), que uma lente é equivalente a uma sucessão de prismas sobrepostos, o mesmo efeito luminoso ocorrerá normalmente em uma lente comum. O desvio (abertura do leque) nos 'prismas' que compõem a lente, no entanto é muito pequeno, porque suas superfícies não são tão inclinadas umas em relação às outras; onde isso acontece com maior intensidade (devido à curvatura da lente) é nas bordas. No centro da lente praticamente não há desvio, pois as superfícies são quase paralelas. Por isso, o desvio em questão aparece mais próximo das bordas da lente, ou seja, próximo das bordas da imagem.

Os experimentos de obter lentes mais finas e a confecção das lentes foram realizados em parceria com uma ótica na cidade de Montes Claros, Figura 30. Optou-se pela utilização do cristal, pois em algumas construções utilizando lentes de resina percebeu-se que a qualidade das imagens produzidas pelo telescópio depreciava bastante, além disso, estas lentes de resina duravam pouco devido a ranhuras na sua superfície ao longo do uso.

Figura 30- Máquina utilizada para confeccionar as lentes



Fonte: Próprio autor.

O resultado dos experimentos mostrou que uma lente objetiva plano-convexa de cristal com diâmetro de 65 mm e distância focal de 1 metro , atenderia a proposta do projeto. O diâmetro ficou limitado à capacidade da máquina, ao material para confeccionar as lentes e também aos custos, pois a dificuldade de construção da objetiva aumenta conforme tentativa de aumentar o diâmetro.

2.7 Telescópio Refrator

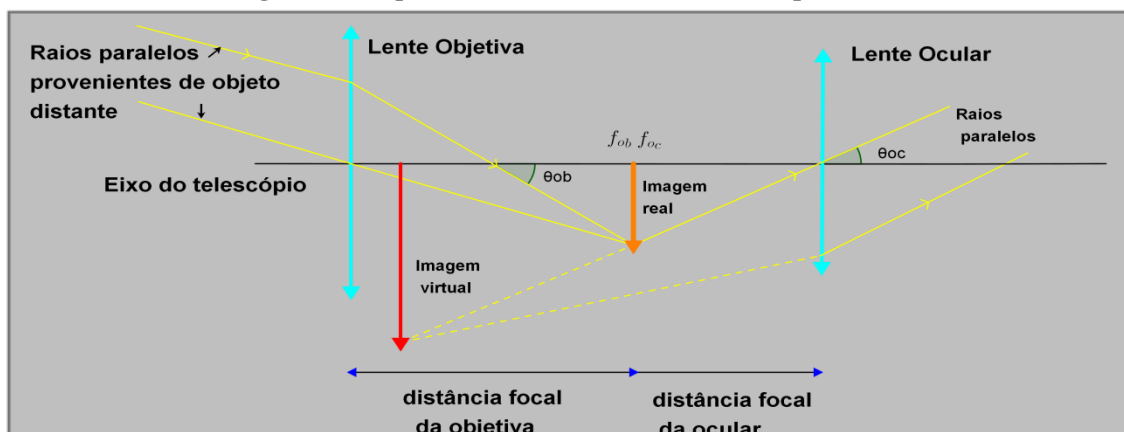
Nesta secção faz-se um estudo do funcionamento do telescópio refrator, bem como sobre seu poder de aumento, outras características como poder de resolução, ampliação lateral, magnitude, luminosidade e campo de vista serão abordadas nas atividades propostas.

Segundo Souza (2006), o telescópio tem a função de fazer com que objetos distantes, a Lua, por exemplo, possam ter suas imagens ampliadas, podendo assim ser observados com mais detalhes. Existem algumas maneiras de ver um objeto maior, entre elas: aumentando o objeto de tamanho, nos aproximando do objeto, o objeto se aproximando de nós ou utilizando um instrumento óptico. Em astronomia é mais fácil a última maneira já que ir até o astro não é fácil, esperar uma aproximação apreciável é impossível para a maioria dos corpos, nos resta então utilizar um instrumento óptico capaz de ampliar a imagem que conseguimos a olho nu.

O telescópio refrator trabalha com a refração, sendo que a luz passa através de uma lente para formar a imagem (Figura 31). Este instrumento possui uma lente objetiva que capta a luz dos objetos e forma a imagem no foco. A uma distância apropriada encontra-se uma segunda lente chamada de ocular.

De acordo com Halliday (2007), um telescópio refrator simples é constituído por duas lentes, uma chamada de objetiva e outra chamada de ocular. A lente objetiva é utilizada para coletar luz de um objeto distante e produzir uma imagem real e invertida do objeto no foco. A lente ocular é utilizada para obtermos uma imagem final do objeto quando olhamos através dela. Esta lente amplia a imagem produzida pela lente objetiva. Uma condição para o funcionamento do telescópio refrator é que o ponto focal da objetiva coincida com o ponto focal da ocular, Figura 31.

Figura 31- Esquema de funcionamento do telescópio refrator



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Na Figura 31, a objetiva produz uma imagem real de uma fonte luminosa (objeto distante, cujos raios chegam aproximadamente paralelos à objetiva. Uma das extremidades do objeto está sobre o eixo central. A imagem real que se forma onde estão os pontos focais f_{ob} e f_{oc} , se comporta como um objeto para a ocular, que produz uma imagem virtual a uma grande distância do observador. A objetiva tem uma distância focal f_{ob} e a ocular tem distância focal f_{oc} . A imagem virtual ocupa um ângulo θ_{ob} do ponto de vista da objetiva e um ângulo θ_{oc} do ponto de vista da ocular.

A ampliação angular m_θ do telescópio refrator é dada por:

$$m_\theta = \frac{\theta_{oc}}{\theta_{ob}} \quad (25)$$

Mas para raios próximos do eixo central, considerando h como a altura da imagem real, tem-se :

$$\theta_{ob} \approx \frac{h}{f_{ob}} \text{ e } \theta_{oc} \approx \frac{h}{f_{oc}} \quad (26)$$

O que nos dá, substituindo (25) em (26) :

$$m_\theta = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}} \quad (27)$$

A equação (27) permite calcular o aumento angular de um telescópio refrator em função das distâncias focais da objetiva e da ocular. Em outras palavras, a ampliação angular de um telescópio é igual a razão entre o ângulo ocupado pela imagem que o telescópio produz e o ângulo ocupado pelo objeto distante ao ser observado sem o auxílio do telescópio. O sinal negativo indica que a imagem virtual é invertida.

Conforme Halliday (2007), a ampliação lateral é apenas um dos parâmetros do projeto dos telescópios usados em Astronomia. Um bom telescópio precisa ter um alto poder de captação de luz, que é o parâmetro que determina o brilho da imagem. Este parâmetro é especialmente importante quando o telescópio se destina a examinar objetos de baixa luminosidade como galáxias distantes. Outro parâmetro importante é a resolução, que mede a capacidade do telescópio de distinguir objetos muito próximos. O campo de vista também é um parâmetro importante. Um telescópio construído com objetivo de estudar galáxias

(pequeno campo de vista) é muito diferente de um telescópio cuja finalidade é rastrear meteoritos (grande campo de vista).

Uma consequência da equação (27) é que obter grandes aumentos em um telescópio é muito fácil bastando para isto diminuir bastante f_{oc} e aumentar f_{ob} o que não é muito difícil. Mas as coisas não são tão simples assim, pois a ampliação de um telescópio é apenas uma de suas características. Podemos sim aumentar o quanto pudermos, mas grandes aumentos poderão resultar em perda da qualidade da imagem. Precisa-se pensar na quantidade de energia luminosa que chega à retina quando vemos uma imagem através de um telescópio. Grandes aumentos levam a uma diminuição do fluxo de energia luminosa sobre a retina resultando em má qualidade da imagem.

O aumento máximo útil determina a maior ampliação que um telescópio pode oferecer sem prejudicar a qualidade das imagens. Este aumento dependerá do diâmetro da objetiva, pois quanto maior o diâmetro da objetiva maior será a coleta de luz. Obtêm-se o aumento máximo A_{max} com a seguinte equação empírica :

$$A_{max} = 2,5 D \quad (28)$$

Na equação (28) D é o diâmetro da objetiva. Essa equação é válida para astros de brilho mais elevado como a Lua, Júpiter e Vênus.

Fez-se aqui uma abordagem do funcionamento do telescópio refrator e do seu aumento, conforme dito as outras características serão abordadas em algumas atividades de forma a explorar conceitos matemáticos.

2.8 O Stellarium

Nem sempre é possível encontrar um céu perfeito para se fazer observações utilizando o telescópio, visto que em períodos chuvosos, principalmente fim e início do ano no norte de Minas Gerais, o céu está coberto, impossibilitando de se fazer observações. Outro problema que dificulta algumas observações é o local, que muitas vezes pode ter a presença de muitas fontes luminosas prejudicando assim as observações com o telescópio. Além dos problemas citados, muitos eventos astronômicos não podem ser vistos pelo telescópio, seja por já terem ocorrido ou por motivos de posicionamento. Outro problema é localizar um astro no céu sem um mapa celeste ou sem a utilização de um instrumento de precisão.

De forma a contornar estes problemas, optou-se pela utilização do *software Stellarium* para acompanhar as observações e também para aprender e ensinar os conceitos de Astronomia. Outra forma de utilizar o *software Stellarium* é em projetores de planetários, conforme vêm sendo feito no Planetário Discovery que funciona no Parque da Ciência da UFVJM na cidade de Teófilo Otoni.

Algumas das características do *software Stellarium* são:

- Mais de 650.000 estrelas no catálogo padrão com informações adicionais.
- Via Láctea semelhante a real;
- Projeção Fish-eye de 180° para cúpula de Planetário;
- Interface Multilinguagem, com suporte para mais de 20 idiomas (Português incluso);
- Grades equatorial e azimutal;
- É multi-plataforma, possuindo versões disponíveis para Windows, GNU/Linux, Mac OS e BSDs.

O *Stellarium* permite inserir a localização exata da cidade desejada com data e horário, fazendo simulações do céu como se encontra naquele dia conforme Figura 32.

Figura 32- Tela do software Stellarium



Fonte: Autor a partir do *software Stellarium*.

Para o desenvolvimento de algumas atividades e mais informações sobre o *Stellarium* podem ser usadas como fontes de pesquisas os trabalhos de Macêdo (2014) e Neres (2017).

3 MATERIAL E MÉTODOS

Após desenvolver um protótipo do telescópio, optou-se inicialmente em desenvolver uma oficina piloto com alunos do PIBID na qual sua construção pudesse ser explicada e disseminada.

3.1 Oficina piloto de construção de telescópio refrator

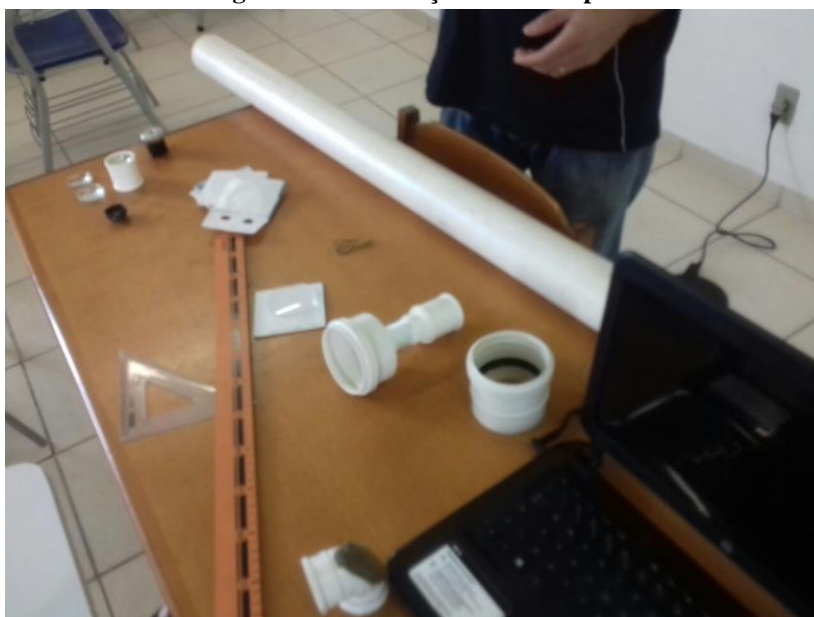
A oficina piloto de construção de telescópio refrator teve como público alvo alunos de graduação em Matemática participantes do PIBID. A oficina foi ministrada em três momentos.

No primeiro momento, realizou-se uma apresentação através de *slides*, nos quais se explicou a evolução do telescópio ao longo do tempo e também sobre sua importância para o desenvolvimento das ciências.

No segundo momento, realizou-se a construção do telescópio, juntamente com as explicações do funcionamento do instrumento, (Figura 33), das suas partes internas e das equações (27) e (28), neste momento foi explicado o processo de fabricação das lentes e sobre a Matemática envolvida na construção e no seu funcionamento.

No terceiro momento, foram realizadas observações com o telescópio finalizando a oficina.

Figura 33- Construção do telescópio



Fonte: Próprio autor.

No decorrer da oficina piloto planejou-se de que forma a oficina poderia ser ministrada em sala de aula para alunos do ensino regular. Pensou-se na realização de uma oficina pelos alunos do PIBID em uma escola estadual na qual houvesse pouca intervenção por parte do autor desta pesquisa. Neste momento também se discutiu quais atividades seriam interessantes para que os alunos pudessem aplicar alguns conceitos de Matemática, Física e Astronomia.

Alguns resultados da oficina aplicada pelos alunos do PIBID e acompanhada pelo autor desta pesquisa são analisados no capítulo 5.

A realização da oficina piloto foi importante para uma melhor descrição das etapas de construção do telescópio, pois surgirão vários questionamentos dos participantes sobre a sequência a ser seguida na construção do instrumento. As etapas ou passos da construção do telescópio refrator e dos materiais necessários são descritos na seção 3.2.

3.2 Construção do telescópio refrator

Para a construção do telescópio refrator, necessita-se dos seguintes materiais abaixo listados:

1. Lista de materiais

- 1.1. 1 Lente objetiva +1, cristal ou resina 65 *mm* de diâmetro ;
- 1.2. 4 Lentes 40 *mm* de diâmetro para confeccionar a ocular;
- 1.3. 1 Tubo PVC 75 *mm* (branco) / 1000 *mm*;
- 1.4. 1 Tampão CAP 75 *mm*;
- 1.5. 1 Luva esgoto 75 *mm*;
- 1.6. 1 Válvula branca para pia;
- 1.7. 1 Luva 40*mm* branca;
- 1.8. 1 Anel de borracha 65*mm*/ 75 *mm* para lente objetiva ;
- 1.9. 1 Conexão com rosca 40 *mm* diâmetro branca;
- 1.10. 100 *mm* de cano de 40 *mm*.

2. Lista de materiais diversos

- 2.1. 1 Lata de tinta spray cor preto fosco;
- 2.2. 1 Arco e serra;
- 2.3. Cola quente ou silicone;
- 2.4. Régua de 500 *mm* ou maior.

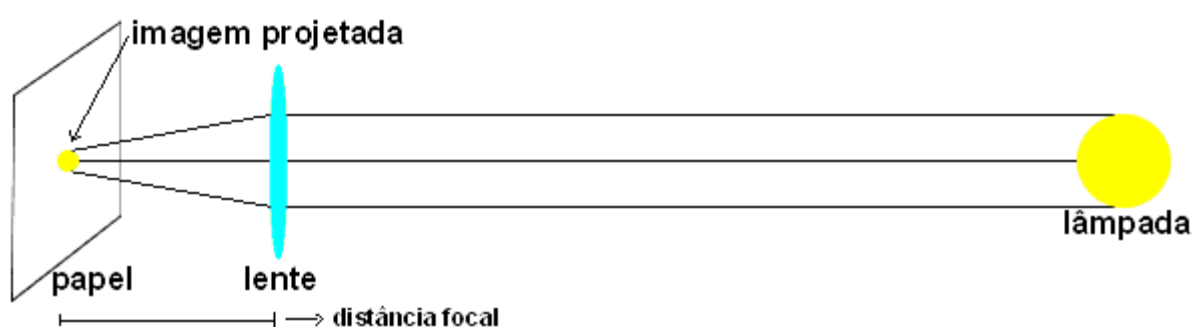
Tendo em presente todos os materiais da listas 1 e 2, seguiu-se a sequência da construção do telescópio refrator.

1º Passo Determinando as distâncias focais das lentes objetiva e ocular.

Para determinar as distâncias focais das lentes procedeu-se da seguinte forma:

Projetou-se a imagem de uma lâmpada acesa em uma folha de papel A4 variando a distância da lente à folha até obter uma imagem nítida, conforme Figura 34.

Figura 34– Determinando a distância focal de uma lente



Fonte: <http://www.observatorio.ufmg.br>

A distância entre a lente e a imagem é chamada de distância focal. Mediu-se esta distância com uma régua (estas medidas são necessárias para se ter precisão das distâncias focais das lentes).

2º Passo Preparando o tubo de PVC

Tendo feito as medidas das distâncias focais das lentes, preparou-se o tubo de PVC da seguinte forma:

Cortou-se o tubo de forma que sua medida fosse igual à distância focal da lente objetiva e logo em seguida seu interior foi pintado com tinta spray preto fosco deixando a tinta secar por 15 *min*.

3º Passo Preparando a base para receber a lente ocular

Com a ponta do compasso no centro do Tampão CAP, traçou-se um círculo de 40 mm e logo em seguida foi feito um furo com este diâmetro conforme Figura 35.

Figura 35- CAP furado

Fonte: Próprio autor.

Em seguida encaixou-se a válvula na CAP e enroscando-a, conforme pode se ver nas Figuras 36 e 37.

Figura 36- Válvula

Fonte: Próprio autor.

Figura 37- Válvula encaixada em CAP

Fonte: Próprio autor.

Na sequência, enroscou-se a conexão da Figura 38 no conjunto para que fique conforme Figura 39.

Figura 38– Conexão com rosca



Fonte: Próprio autor.

Figura 39- Conexão no conjunto



Fonte: Próprio autor.

O conjunto da Figura 39 ficou pronto para receber a lente ocular. A montagem da ocular foi feita da seguinte forma: Retirou-se as quatro lentes das lupas e encaixou-as na luva de 40 *mm*, sendo duas em cada extremidade da luva, de forma que as lentes fiquem no centro

conforme Figura 40. Este conjunto foi encaixado em uma extremidade do tubo de PVC conforme Figura 41.

Figura 40– Ocular



Fonte: Próprio autor.

Figura 41- CAP furado



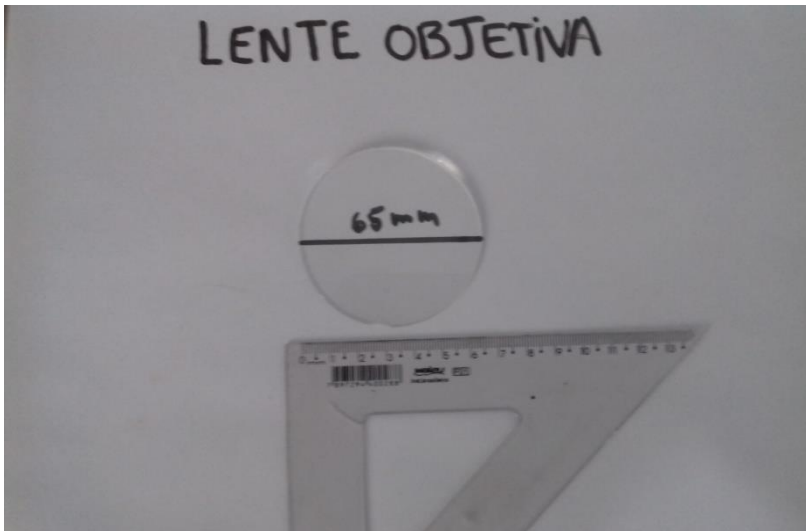
Fonte: Próprio autor.

4º Passo

Montando a lente objetiva

A lente objetiva (Figura 42) é a parte mais importante do telescópio, por isso deve-se ter muito cuidado ao manuseá-la. Passou-se um pouco de silicone no anel de borracha, fixou-se a lente na luva de forma que a parte côncava (a parte que ao colocar a lente em uma mesa plana tocará a mesa pela borda da lente) fique encaixada de frente com o conjunto da ocular, Figura 43.

Figura 42– Lente Objetiva



Fonte: Próprio autor.

Figura 43– Lente fixada na luva



Fonte: Próprio autor.

5º Passo Encaixando as partes e finalizando o telescópio

Após a montagem do conjunto da objetiva, encaixou-se as partes na outra extremidade do tubo de PVC conforme Figura 44. A montagem do telescópio ficou pronta conforme o aspecto da Figura 45.

Figura 44- Objetiva encaixada



Fonte: Próprio autor.

Figura 45- Telescópio finalizado



Fonte: Próprio autor

Depois de terminada a construção do telescópio, algumas observações terrestres foram realizadas, apontando o instrumento para objetos distante, torres ou prédios. Lembrando que a objetiva deve ser apontada para o objeto e devemos olhar pela ocular, girando-a para focalizar o objeto.

4 ATIVIDADES PROPOSTAS

Neste capítulo serão abordadas algumas atividades que poderão ser realizadas em sala de aula com objetivo de ensinar conceitos de Matemática, Astronomia e Física.

Com objetivo de abordar os conceitos de razão e proporção e também as grandezas diretamente e inversamente proporcionais, sugerem-se as atividades I, II, III e IV após a construção do telescópio:

Atividade I

Uma propriedade de um telescópio refrator é o seu poder separador ou poder de resolução indicado aqui por P_r , o poder de resolução é a propriedade que um telescópio possui de isolar e tornar visíveis detalhes muito pequenos. Esta característica não depende do aumento e sim do diâmetro da objetiva e pode ser obtido pela seguinte equação:

$$P_r = \frac{120}{D} \quad (29)$$

Em que D é o diâmetro da objetiva em milímetros. Esta propriedade é importante, pois garante a observação de detalhes como a separação de estrelas duplas.

Considerando um telescópio com a objetiva de 65 mm , calcule o seu poder de resolução e em seguida explique o que acontece com seu poder de resolução se dobrar o diâmetro da objetiva.

Resolução:

Tendo presente a equação (29), segue para uma lente de 65 mm que:

$$P_r = \frac{120}{65} \Rightarrow P_r = 1,84$$

Dobrando o diâmetro da objetiva:

$$P_r = \frac{120}{130} \Rightarrow P_r = 0,92$$

Esta atividade é interessante para compreender o funcionamento do telescópio e pode ser utilizada para explicar os conceitos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Atividade II

Mais uma importante característica ligada diretamente ao diâmetro da objetiva é chamada de luminosidade. A luminosidade é a quantidade de luz que um telescópio pode captar, e quanto maior o diâmetro da objetiva, mais luminoso será o instrumento. Um telescópio para ser luminoso deve ter também uma distância focal pequena para trabalhar com pouco aumento. Isso torna as imagens nítidas e brilhantes. A razão focal é a relação existente entre a distância focal e o diâmetro da objetiva. Quanto menor a razão focal mais luminoso será o telescópio. Pode-se calcular a razão focal com a seguinte equação:

$$R_f = \frac{f}{D} \quad (30)$$

No qual R_f é a razão focal, f é a distância focal da objetiva e D é o diâmetro da objetiva. Considerando as informações anteriores, encontre a razão focal de um telescópio de objetiva medindo 65 mm de diâmetro e 1000 mm de distância focal. Explique o que se deve fazer com a objetiva para diminuir a razão focal.

Resolução:

Tendo presente a equação (30), segue para uma lente de 65 mm que:

$$R_f = \frac{1000}{65} \Rightarrow R_f = 15,38$$

Analisando a equação (30), tem-se duas opções para diminuir a razão focal, uma vez que a mesma é diretamente proporcional a distância da objetiva e inversamente proporcional ao diâmetro da objetiva, assim uma opção é aumentar seu diâmetro.

Esta atividade é interessante para uma melhor compreensão do funcionamento do telescópio e pode ser utilizada para explicar os conceitos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Atividade III

O campo visual representa a área aparente do céu observável com o telescópio. Esta propriedade varia com o aumento e o tipo de ocular utilizada. Quanto menor o aumento do telescópio maior será o campo visual e essa característica é indispensável nas observações de objetos mais extensos, como cometas, nebulosas, galáxias e aglomerados estelares. O tipo

de ocular utilizada também provoca alterações nessas características e as oculares de ópticas mais complexas são as que oferecem um campo maior. O campo visual é obtido pela equação:

$$C_v = \frac{O}{A} \quad (31)$$

Na equação (31), C_v é o campo visual, O é campo da ocular e A é o aumento.

Considerando as informações anteriores, calcule o campo visual obtido por um telescópio que tem um aumento de 50 vezes e uma ocular de 30° de campo. Explique o que deve ser feito para aumentar o campo visual do telescópio.

Resolução:

Tendo presente a equação (31), segue-se que:

$$C_v = \frac{30^\circ}{50} \Rightarrow C_v = 0,6^\circ$$

Para aumentar o Campo visual uma opção é escolher oculares de maior campo.

Esta atividade é interessante para compreender o funcionamento do telescópio e pode ser utilizada para explicar os conceitos de ângulos e grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Atividade IV, adaptada da III OBA (Olimpíada Brasileira de Astronomia), 2000.

Após a invenção do telescópio refrator pelo oculista holandês Hans Lippershey (1608) a Astronomia se desenvolveu mais rapidamente. Hoje em dia também existem os telescópios refletores, cuja invenção se deve a Isaac Newton.

- a) Tendo um telescópio refrator de objetiva com distância focal de 1000 mm e duas oculares, sendo a primeira de 10 mm e a segunda de 20 mm de distâncias focais, determine qual lente deve ser utilizada para obter um aumento angular maior e qual é esse aumento.
- b) Com qual das lentes do item anterior se veria um objeto celeste extenso com maior nitidez?

Resolução:

- a) Utilizando a equação (27) para a lente de 10 mm obtem-se:

$$m_{\theta} = -\frac{1000}{10} = -100$$

Utilizando a equação (27) para a lente de $20mm$ obtem-se:

$$m_{\theta} = -\frac{1000}{20} = -50$$

Logo para se obter um maior aumento angular, deve-se usar a lente ocular de $10mm$. Neste caso o aumento será de 100 vezes.

b) Para observação de objetos extensos a melhor opção seria a lente ocular de $20mm$.

Com o objetivo de discutir conceitos de geometria, razão e proporção e também as grandezas diretamente e inversamente proporcionais, sugere-se as atividades V, VI, VII e VIII .

Atividade V

Os astrônomos possuem muitos métodos para medir distâncias estelares, mas para estrelas próximas a técnica mais utilizada é conhecida como paralaxe. A paralaxe é uma mudança na posição aparente de um objeto pela mudança da posição do observador. Sabendo que a paralaxe de uma estrela é de 0,4 segundos de arco, quanto vale a sua distância ao Sol em anos-luz. Dado $1 \text{ parsec} = 3,26 \text{ anos luz}$ e para calcular a distância é utilizado à seguinte equação:

$$d = \frac{1}{p} \tag{32}$$

Em que d é a distância em parsec, e p é a paralaxe em segundos de arco.

Resolução:

Utilizando a equação (32), tem-se:

$$d = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ parsec}$$

Logo a distância procurada é:

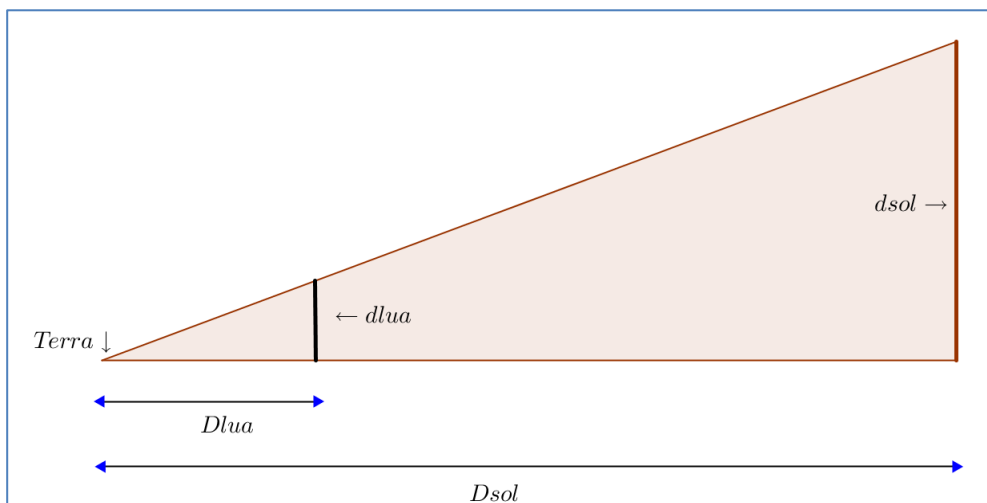
$$2,5 \times 3,26 = 8,15 \text{ anos luz}$$

Pode-se com esta atividade explicar conceitos de Astronomia e suas unidades de medidas.

Atividade VI, adaptada da IV OBA (Olimpíada Brasileira de Astronomia) 2001

O diâmetro do Sol é de, aproximadamente $d_{sol} = 1.4000.000 \text{ km}$ e o diâmetro da Lua é de, aproximadamente, $d_{lua} = 3.500 \text{ km}$, contudo, os dois astros possuem o mesmo diâmetro angular no céu, Figura 46. A distância da Terra a Lua é de aproximadamente $D_{lua} = 400.000 \text{ km}$. Usando as relações dos triângulos semelhantes determine a distância da Terra ao Sol D_{sol} . Devido aos arredondamentos feitos, subtrai da resposta $10.000.000 \text{ km}$ para uma resposta mais próxima.

Figura 46-Medindo a distância da Terra ao Sol.



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Resolução:

$$\frac{D_{Sol}}{D_{Lua}} = \frac{d_{Sol}}{d_{Lua}} \Rightarrow \frac{D_{Sol}}{400.000 \text{ km}} = \frac{1.4000.000 \text{ km}}{3.500 \text{ km}} \Rightarrow D_{Sol} = \frac{1.4000.000 \text{ km} \times 400.000 \text{ km}}{3.500 \text{ km}}$$

$$\Rightarrow D_{Sol} = 160.000.000 \text{ km}$$

Conforme sugerido, subtraindo da resposta $10.000.000 \text{ km}$, obtem-se:

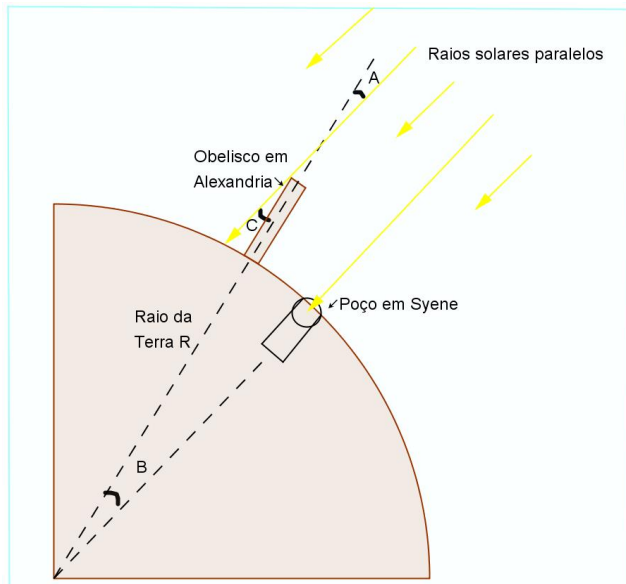
$$D_{Sol} = 160.000.000 \text{ km} - 10.000.000 \text{ km} = 150.000.000 \text{ km},$$

Atividade VII, adaptada da XVI OBA (Olimpíada Brasileira de Astronomia) 2013.

Num círculo, de raio R , seu comprimento mede $2\pi R$, use ($\pi = 3$) e temos 360 graus. Eratóstenes (cerca de 276 a.C.-193 a.C.), sábio grego, nascido em Cirene e falecido em Alexandria, diretor da grande biblioteca desta cidade, no Egito, sabia disso. Ele também sabia num certo dia, ao meio dia, em Syene, atual Assuã, uma cidade a 800 km de Alexandria, ao sul do Egito, o Sol incidia diretamente no fundo de um poço e nenhum obelisco projetava

sombra neste instante. Porém, no mesmo dia, em Alexandria, um obelisco projetava uma sombra! Tal fato só seria possível se a Terra fosse esférica, concluiu ele. Coincidentemente ambas as cidades estão próximas do mesmo meridiano.

Figura 47– Medindo o raio da Terra.



Fonte: Autor a partir do *software* Geogebra.

Eratóstenes mediu o ângulo C, indicado na Figura 47, e encontrou o valor de 7° sete graus. Com isso ele determinou o raio da Terra (R). Determine o valor encontrado por Eratóstenes para o raio da Terra, em km.

Resolução:

Resposta: Verificando que os ângulos A, B, C são idênticos e fazendo uma **regra de três**:

Em 360° tem-se $2\pi R$ e em 7° tem-se 800km , ou na forma de comparação de frações, considerando $\pi = 3$:

$$\frac{360^\circ}{7^\circ} = \frac{2\pi R}{800\text{km}} \Rightarrow R = \frac{800\text{km} \times 360^\circ}{2\pi \times 7^\circ} \Rightarrow R = 6.857\text{km}$$

Atividade VIII, adaptada XVIII OBA (Olimpíada Brasileira de Astronomia) 2015.

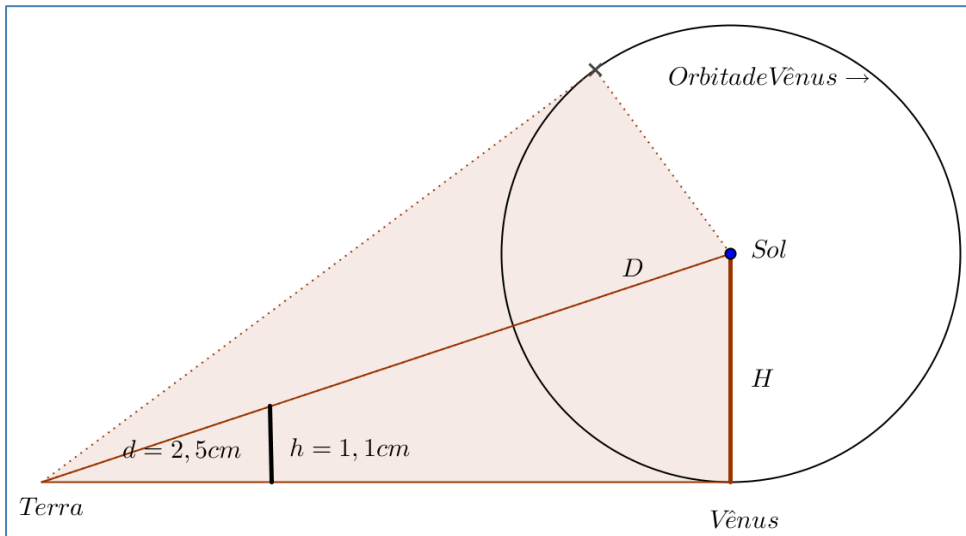
Observando o planeta Vênus, diariamente, vemos que ele atravessa a linha imaginária Terra-Sol e vai se afastando até um valor máximo, que chamamos de elongação máxima. Depois ele volta, aparentemente, a se aproximar do Sol, passa através do Sol, reaparece e vai se afastando dele até o mesmo afastamento máximo já observado do outro lado. A Figura 48, ilustra o afastamento em um dos lados. Copérnico não sabia a distância

entre a Terra e o Sol, por isso ele a chamou de $D = 1 U.A.$ (uma unidade Astronômica), mas ele sabia que:

$$\frac{h}{d} = \frac{H}{D}$$

Determine, tal como fez Copérnico, a distância H entre Vênus e o Sol, em unidades Astronômicas. Explique a validade da equação.

Figura 48- Orbita de Vênus.



Fonte: Autor a partir do *software* GeoGebra.

Resolução: Considerado que:

$$\frac{h}{d} = \frac{H}{D}$$

Segue que:

$$\frac{1,1}{2,5} = \frac{H}{1 U.A.} \Rightarrow H = \frac{1,1 \times 1 U.A.}{2,5} \Rightarrow H = 0,44 U.A.$$

Esta atividade é interessante para compreender conceitos de Astronomia e pode ser utilizada para explicar os conceitos de semelhança de triângulos e trigonometria.

As atividades IX e X têm por objetivos abordar os conceitos de medidas de comprimento, razão, proporção e funções.

Atividade IX

A magnitude limite indica o menor brilho que um telescópio pode captar. A pupila do olho possui um diâmetro máximo de 6 mm em ambientes escuros no qual a dilatação é maior. Assim a olho nu podemos observar estrelas de sexta magnitude que são aquelas que estão no limite de nossa visão. Usando um telescópio podemos ultrapassar este valor, ou seja, podemos ver astros que aparentemente não existem no céu a olho nu.

A magnitude limite é outra propriedade que está relacionada com o diâmetro do telescópio, quanto maior o diâmetro maior será a magnitude, porém este aumento não é linear. Chamando de M a magnitude do telescópio, ela pode ser expressa pela seguinte função:

$$M(D) = 7,1 + 5 \log D \quad (33)$$

Calcule a magnitude limite de um telescópio com objetiva de 100 mm . Considerando:

$$\log D = x \Rightarrow 10^x = D$$

Resolução:

Para a obtenção da magnitude limite do telescópio utiliza-se a equação (33), logo:

$$M(100) = 7,1 + 5 \log 100 = 7,1 + (5 \times 2) = 7,1 + 10 = 17,1$$

Atividade X

Posicione (grude) em uma parede uma moeda de $R\$1,00$ a uma altura dos seus olhos e contando os passos, afastando-se até não conseguir mais ler o valor da moeda (se tiver uma trena poderá medir tal distância). Agora usando o telescópio construído, tente observa o valor da moeda até a distância limite usando o mesmo procedimento. Calcule a razão entre as distâncias e relacione o valor encontrado com o aumento do seu telescópio.

Resolução: A resposta dependerá dos dados do experimento.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados da oficina de telescópio refrator, elaborada a partir da oficina piloto e aplicada pelos alunos do PIBID - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, o PIBID é uma iniciativa da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que incentiva o aperfeiçoamento e a valorização da formação de professores para a educação básica, através da concessão de bolsas a alunos de licenciaturas, que participam de projetos de instituições de ensino superior em parceria com escolas públicas.

Esta oficina foi ministrada para alunos de uma escola estadual na cidade de Teófilo Otoni na data de 06 de Dezembro de 2017 e teve a participação de 10 alunos de diferentes idades sendo a oficina realizada em três momentos, a saber:

No primeiro momento, foi realizada uma apresentação através de *slides* no qual se explicou a evolução do telescópio ao longo do tempo e também sobre sua importância para o desenvolvimento das ciências.

No segundo momento, trabalhou-se a construção do telescópio juntamente com as explicações do seu funcionamento, das suas partes internas e de algumas equações para calcular o seu aumento, falou-se sobre a construção das lentes e sobre a Matemática envolvida, finalizando com uma atividade discutida na seção 7.2.

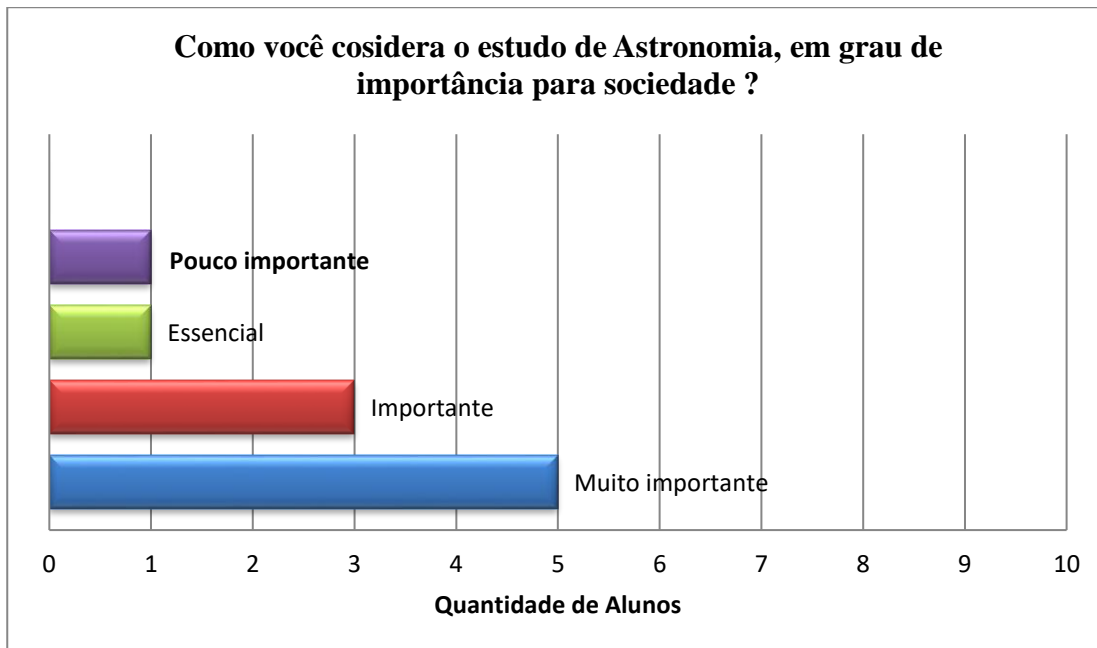
No terceiro momento, foram feitas algumas observações terrestres com o telescópio construído, uma vez que o céu estava **fechado** não foi possível realizar observações dos astros neste dia. Logo após, aplicou-se um questionário elaborado conjuntamente com a professora de Física e Matemática da escola, cujos resultados são discutidos na sequência.

5.1 Respostas dos alunos sobre a oficina e suas etapas.

Com o objetivo verificar o interesse dos alunos sobre Astronomia e também o interesse deles pelo tema estudado, aplicou-se um questionário ao fim da oficina.

O objetivo da primeira pergunta é avaliar a importância do estudo de Astronomia para os alunos e também analisar se eles consideram relevante tal estudo para sociedade.

Figura 49- Gráfico 1: Opinião dos alunos sobre o estudo de Astronomia

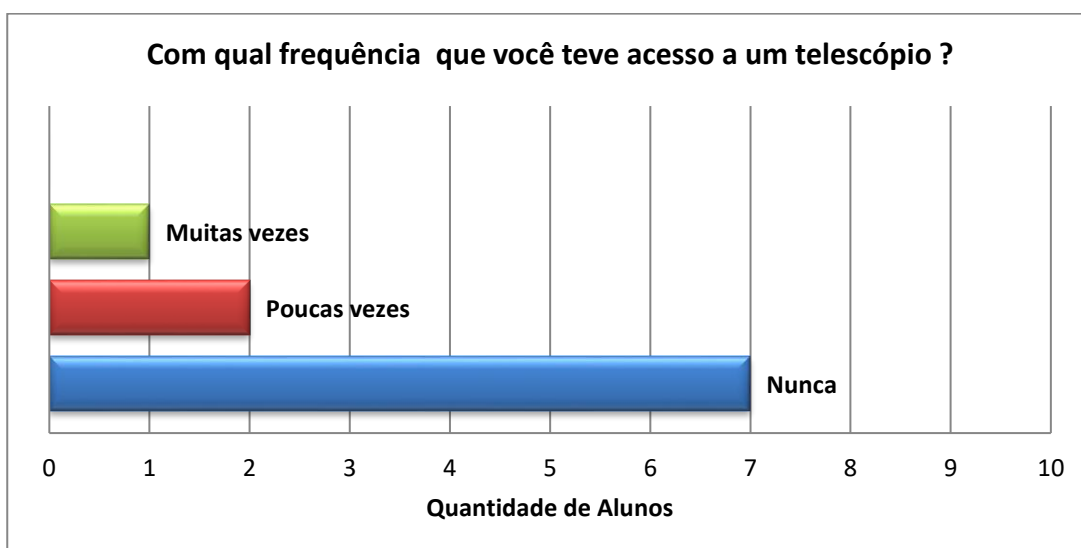


Fonte: Dados cedidos pela escola.

Dos dez alunos participantes verifica-se, conforme o gráfico da Figura 49, que 50% consideram o estudo de Astronomia muito importante e 30% importante. Conclui-se que os alunos, apesar de não terem muitas oportunidades de estudar Astronomia, sabem da importância e os benefícios que tal estudo pode trazer para sociedade.

Com o objetivo de detectar se o telescópio é um instrumento acessível e também se tal instrumento é utilizado na escola, perguntou-se aos alunos a esse respeito, sendo que os dados se encontram no gráfico da Figura 50.

Figura 50- Gráfico 2: Acesso dos alunos ao telescópio

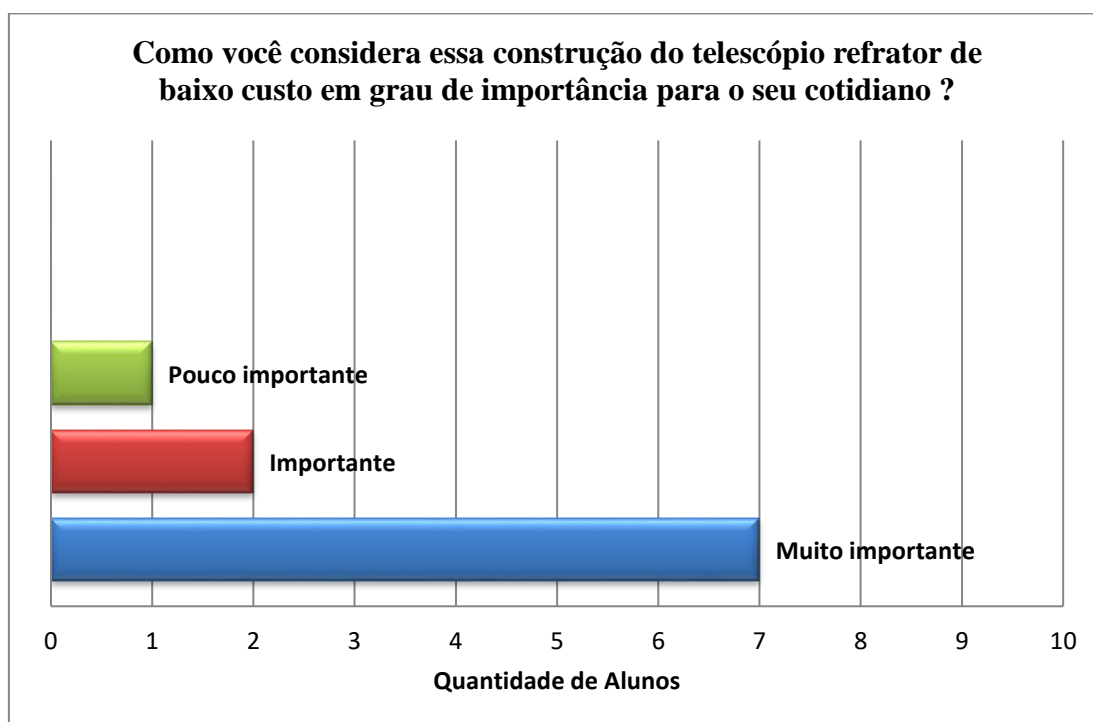


Fonte: Dados cedidos pela escola.

Percebeu-se com as respostas que 90% dos participantes nunca ou poucas vezes tiveram acesso a um telescópio. Esse resultado mostra que apesar de entender a importância da Astronomia e de sua relevância para sociedade, os alunos não têm acesso ao telescópio na escola e provavelmente em nenhum outro lugar. Entende-se que a oficina de construção de telescópio pode melhorar estes resultados, estimulando os alunos e os participantes a desenvolver o gosto pela Astronomia.

Na seguinte pergunta, procurou-se avaliar a importância da construção de um instrumento em sala de aula, o objetivo é analisar a importância para o aluno da manipulação e da aplicação de conceitos aprendidos em sala de aula nas disciplinas de Física e Matemática, Figura 51.

Figura 51– Gráfico 3: Importância de construir um telescópio de baixo custo



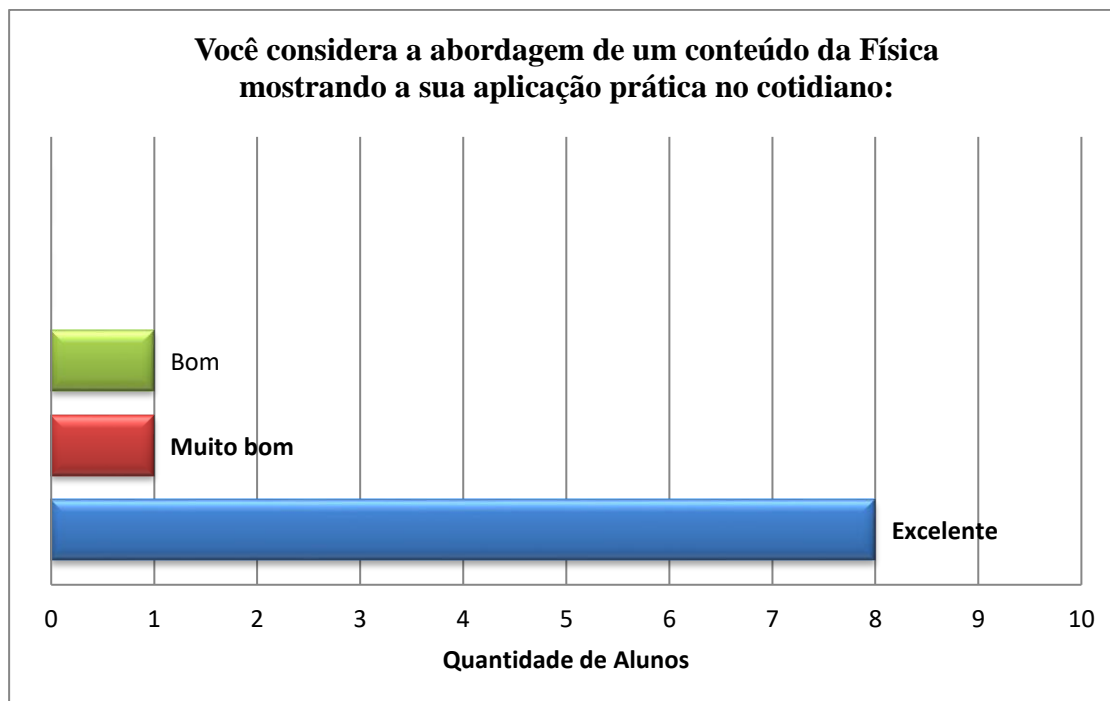
Fonte: Dados cedidos pela escola.

O resultado mostra que 70% dos alunos consideram muito importante e 20% consideram importante a construção do telescópio refrator para seu cotidiano, um dos alunos justificou dizendo que é importante para aprender Matemática, mostrando o interesse do aluno em levar para seu cotidiano as observações astronômicas e ao mesmo tempo ter um instrumento de fácil manipulação da qual ele possa observar os astros com mais detalhes.

Entende-se que sempre que possível os conteúdos de Física e Matemática devem ser discutidos buscando suas aplicações, sabe-se que os alunos têm muita dificuldade em entender fórmulas de Física e Matemática e muitas vezes consideram-nas sem aplicação no

seu cotidiano. A seguir as respostas dos alunos quanto à aplicação de conteúdos de Física no cotidiano, conforme Figura 52.

Figura 52 – Gráfico 4: Opinião dos alunos sobre a aplicação de um conteúdo de Física

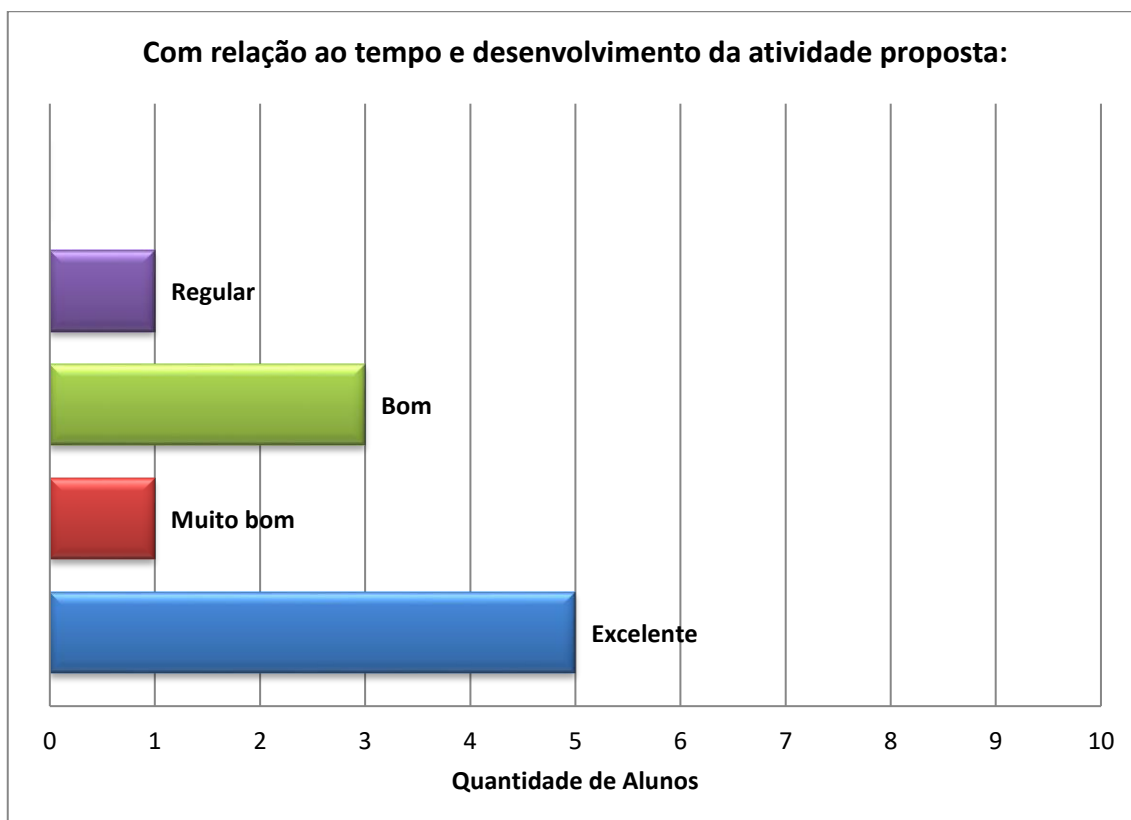


Fonte: Dados cedidos pela escola.

Conforme os dados, (Figura 52), verifica-se que 80% consideram excelente mostrar a aplicação de um conteúdo de Física no cotidiano e também 20% consideram muito bom ou bom tal abordagem. Este resultado reflete a importância que se deve dar a aplicação dos conteúdos ensinados em sala de aula, pois o aluno valoriza as aplicações levando assim a um melhor aprendizado.

A oficina teve duração de 1h 40min, na Figura 53, pode-se ver as resposta dos alunos quanto ao tempo de realização da oficina

Figura 53– Gráfico 5: Opinião dos alunos quanto ao tempo da atividade

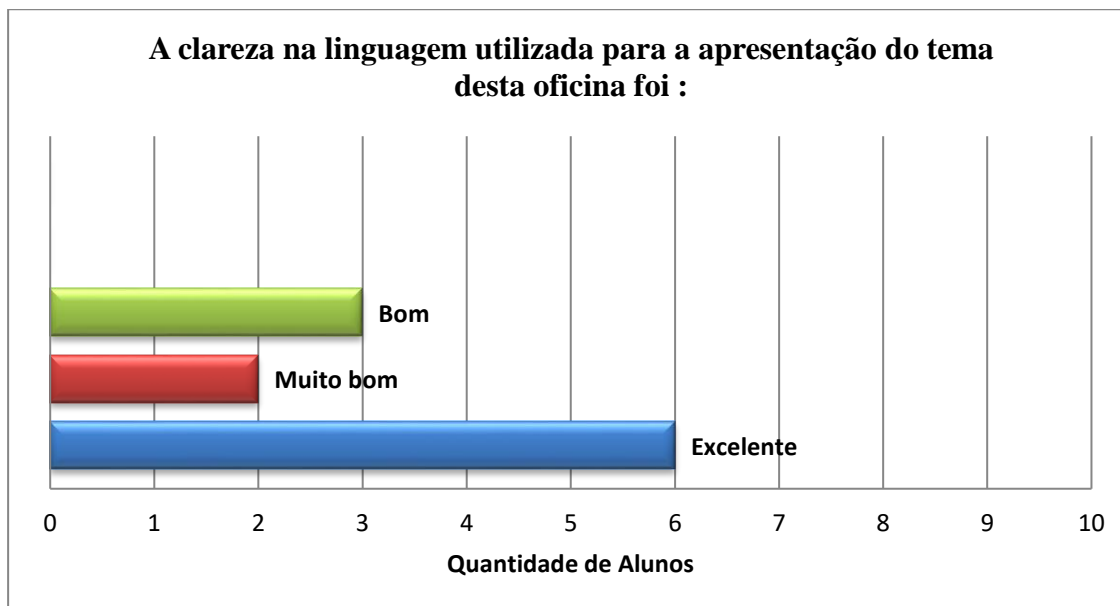


Fonte: Dados cedidos pela escola.

Conclui-se com as respostas que a turma ficou satisfeita quanto ao tempo de realização da oficina, pois 50% consideraram o tempo excelente e 40% consideraram o tempo muito bom ou bom. Este resultado mostra a possibilidade de se ministrar oficina no decorrer das aulas de Física e Matemática do Ensino regular em relação ao tempo, uma vez ser compatível com a carga horária das disciplinas.

Com o objetivo de melhorar a forma de abordar o tema e de melhorar futuras oficinas, perguntou-se aos alunos sobre a clareza na linguagem utilizada, conforme Figura 54.

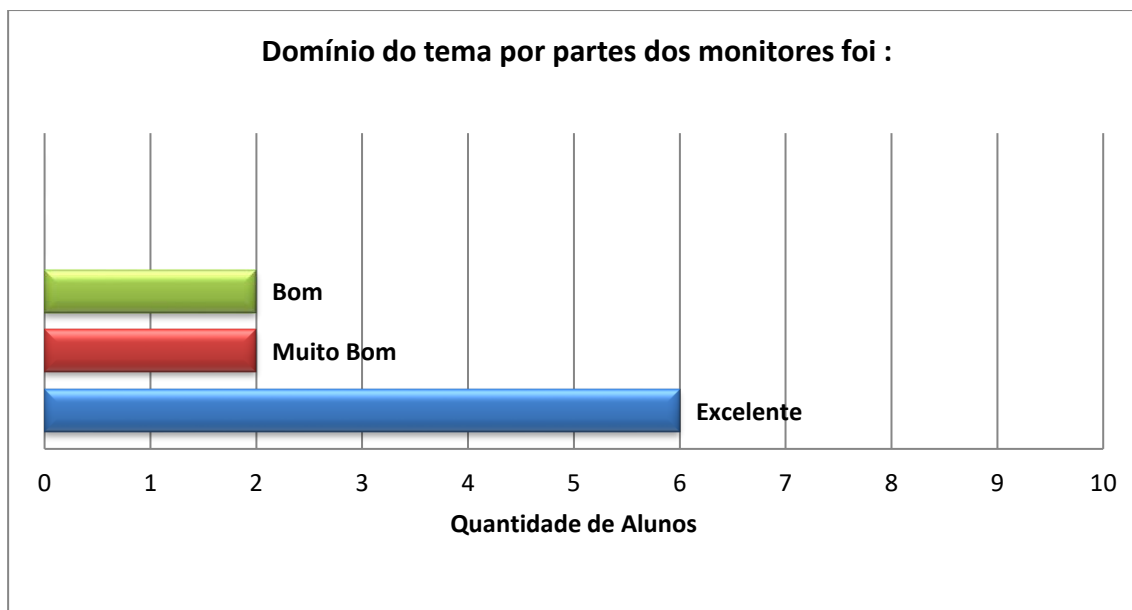
Figura 54– Gráfico 6: Opinião dos alunos sobre a linguagem utilizada



Fonte: Dados cedidos pela escola.

O que se observa analisando o gráfico da Figura 54 é que 60% dos estudantes disseram considerar excelente a linguagem utilizada e 20% entenderam ser muito boa a linguagem utilizada, mostrando ser positiva a linguagem com que os monitores do PIBID abordaram o tema na oficina.

Figura 55- Gráfico 7: Opinião dos alunos quanto ao domínio do tema

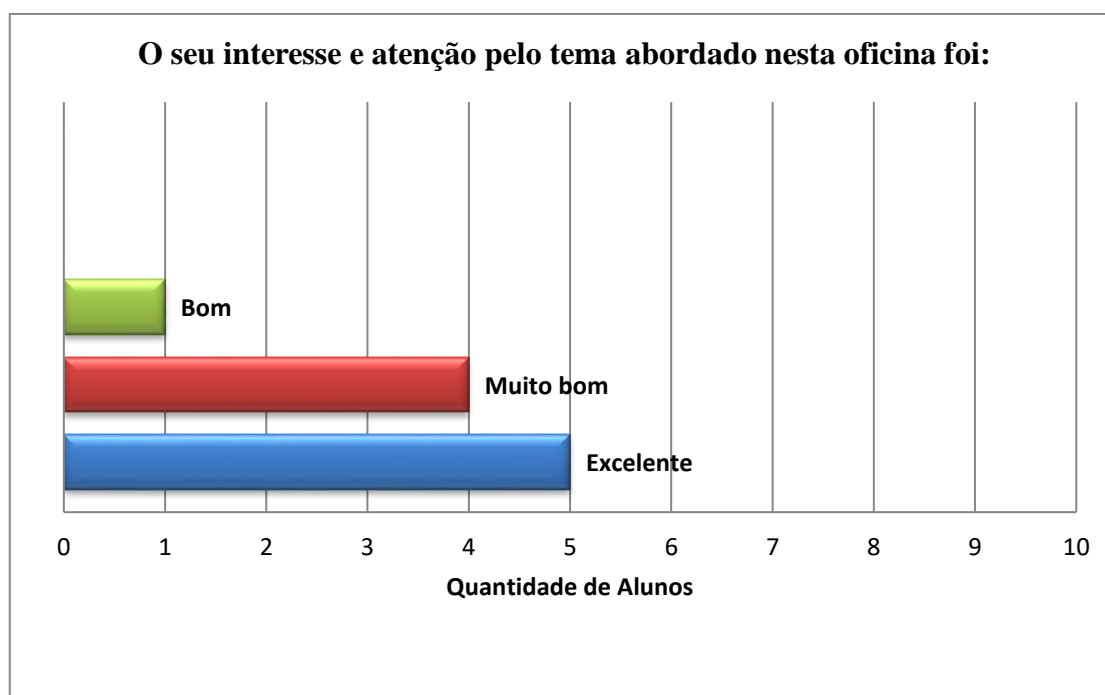


Fonte: Dados cedidos pela escola.

Os alunos consideram que 60% dos monitores têm excelente domínio do tema e 40% consideram muito bom ou bom o domínio do tema pelos monitores. Este resultado é importante, pois mostra que houve durante a oficina uma perspectiva de aprendizado por parte dos alunos.

Perguntou-se aos alunos sobre o seu interesse e atenção no tema estudado com objetivo de verificar a relevância do tema. O resultado se encontra no gráfico da Figura 56.

Figura 56– Gráfico 8: Opinião dos alunos sobre seu interesse pelo tema

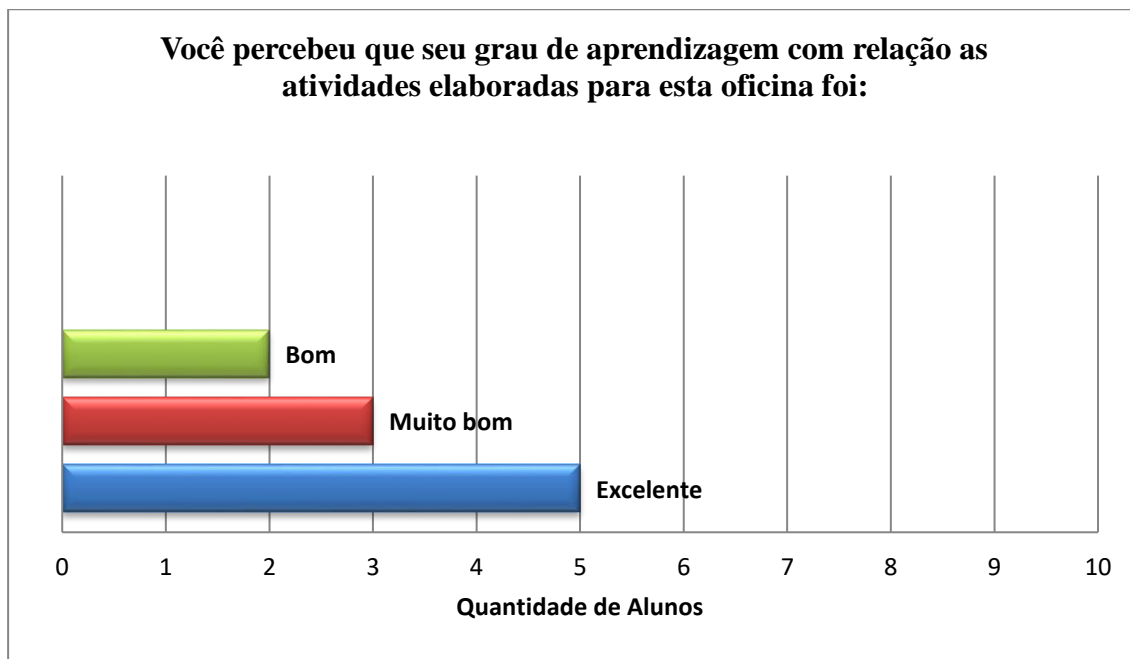


Fonte: Dados cedidos pela escola.

A resposta dos alunos mostra que 50% deles têm excelente interesse no tema estudado e 40% consideram seu interesse muito bom. As respostas mostram que o tema Astronomia e construção de telescópio refrator podem ser abordados em sala de aula tanto nas aulas de Física quanto nas aulas de Matemática, promovendo a interdisciplinaridade.

Com o objetivo de avaliar o grau de aprendizado dos alunos e de suas percepções em relação ao grau de aprendizado em relação às atividades elaboradas na oficina, os alunos se expressaram da seguinte forma, conforme o gráfico da Figura 57.

Figura 57– Gráfico 9: Opinião dos alunos quanto a aprendizagem

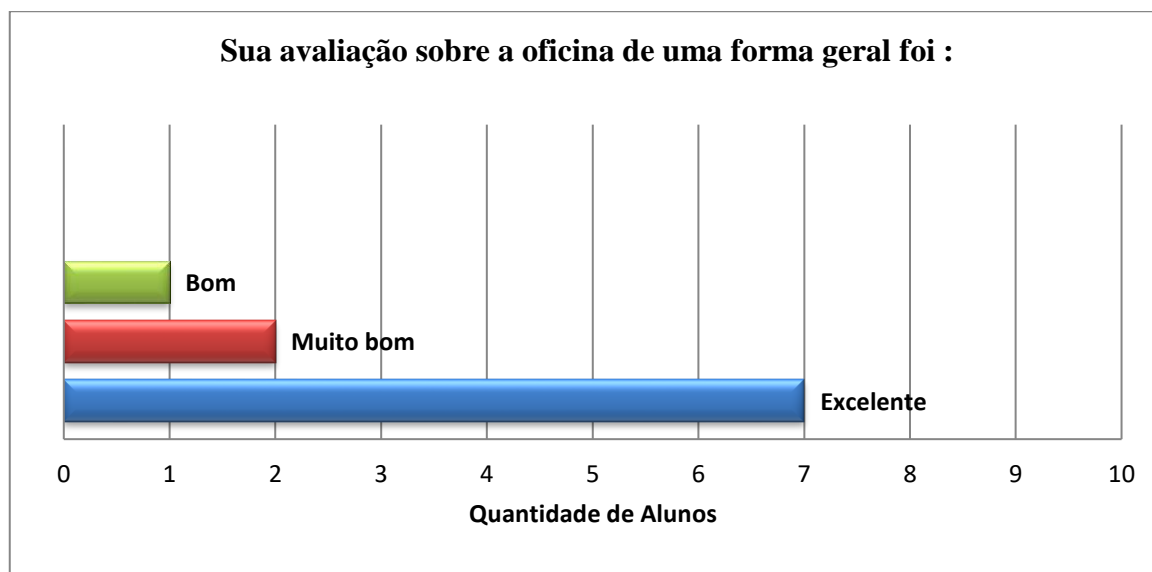


Fonte: Dados cedidos pela escola.

Pode-se concluir conforme o gráfico que 50% dos alunos tiveram a percepção de um excelente grau de aprendizagem e 30% deles consideraram seu grau de aprendizagem muito bom. Com este resultado conclui-se que um dos objetivos específicos da proposta foi alcançado, a saber, o de construir uma proposta de ensino no qual seja possível a compreensão da relação de dependência entre a Matemática e suas aplicações.

O gráfico da Figura 58 mostra a avaliação dos alunos em relação aos aspectos gerais da oficina. Ter a opinião dos alunos sobre os aspectos gerais é importante, pois permite avaliar a oficina como um todo.

Figura 58– Gráfico 10: Avaliação da oficina pelos alunos

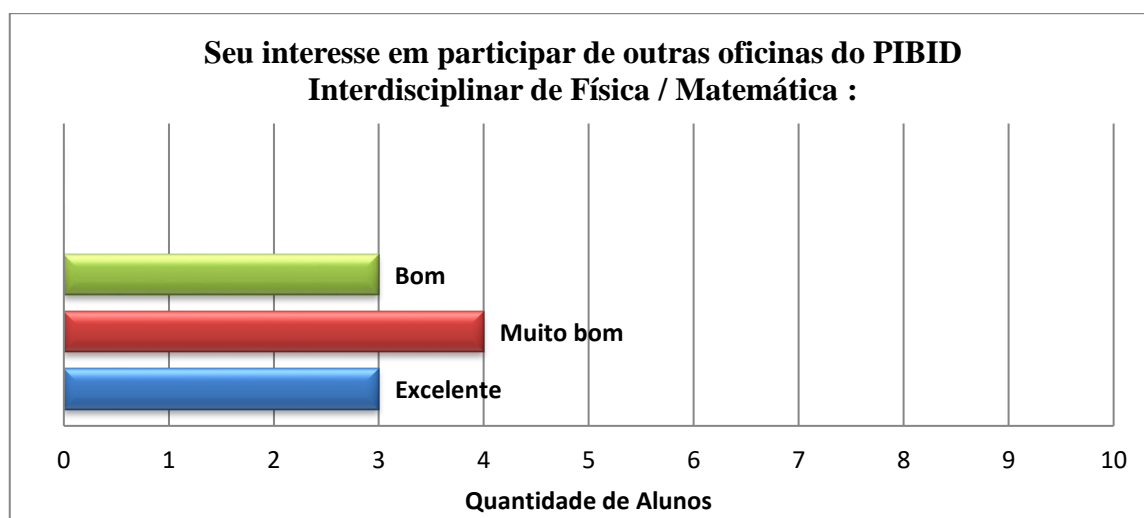


Fonte: Dados cedidos pela escola.

Para 90% dos participantes, a oficina foi considerada excelente ou muito boa. Com estas respostas dos alunos pode-se constatar que a oficina cumpriu seu objetivo geral de investigar as contribuições que uma oficina voltada para área de Astronomia, em especial construções e manipulações de telescópios refratores, pode trazer para o aprendizado de conceitos básicos de Matemática no ensino fundamental e médio.

Finalizando o questionário, os alunos opinaram sobre participar de outras oficinas do PIBID, gráfico da Figura 59.

Figura 59– Gráfico 11: Opinião dos alunos sobre participar de outras oficinas



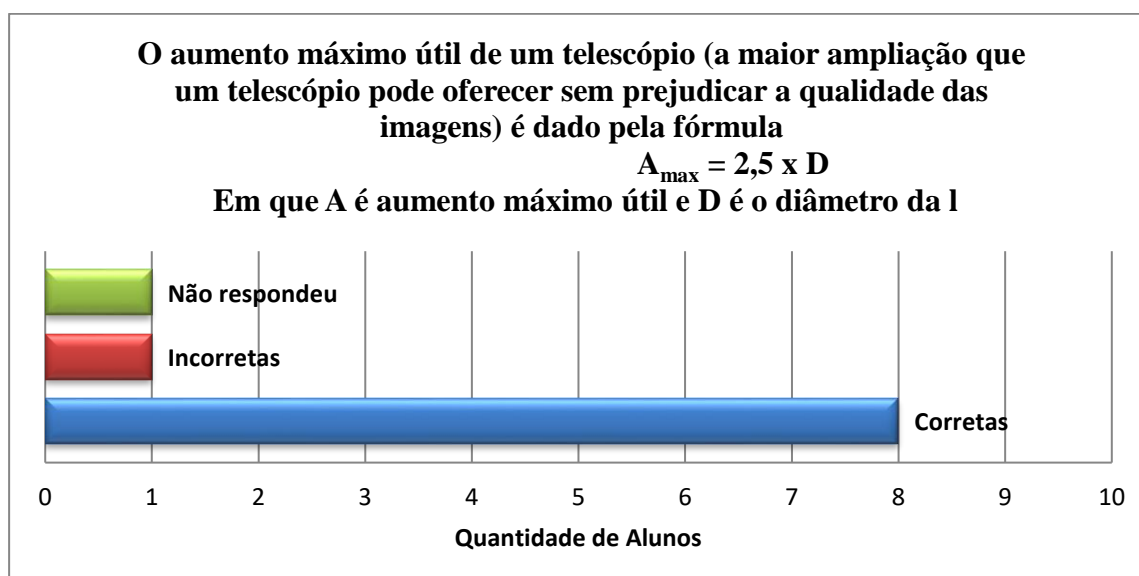
Fonte: Dados cedidos pela escola.

Os resultados obtidos mostram que os alunos têm grande interesse de participar de novas oficinas do PIBID, 70% têm excelente interesse ou muito interesse em participar de novas oficinas. Conclui-se que este modelo de oficina promove a interdisciplinaridade entre as disciplinas e permite uma maior autonomia do aluno no seu aprendizado.

5.2 Atividades respondidas pelos alunos

Com objetivo de avaliar os alunos quanto à parte da Matemática aplicada na construção do telescópio refrator e também como forma de promover a interdisciplinaridade entre Física e Matemática, os alunos responderam as seguintes questões, Figuras 60, 61 e 62.

Figura 60– Gráfico 12: Respostas das atividades



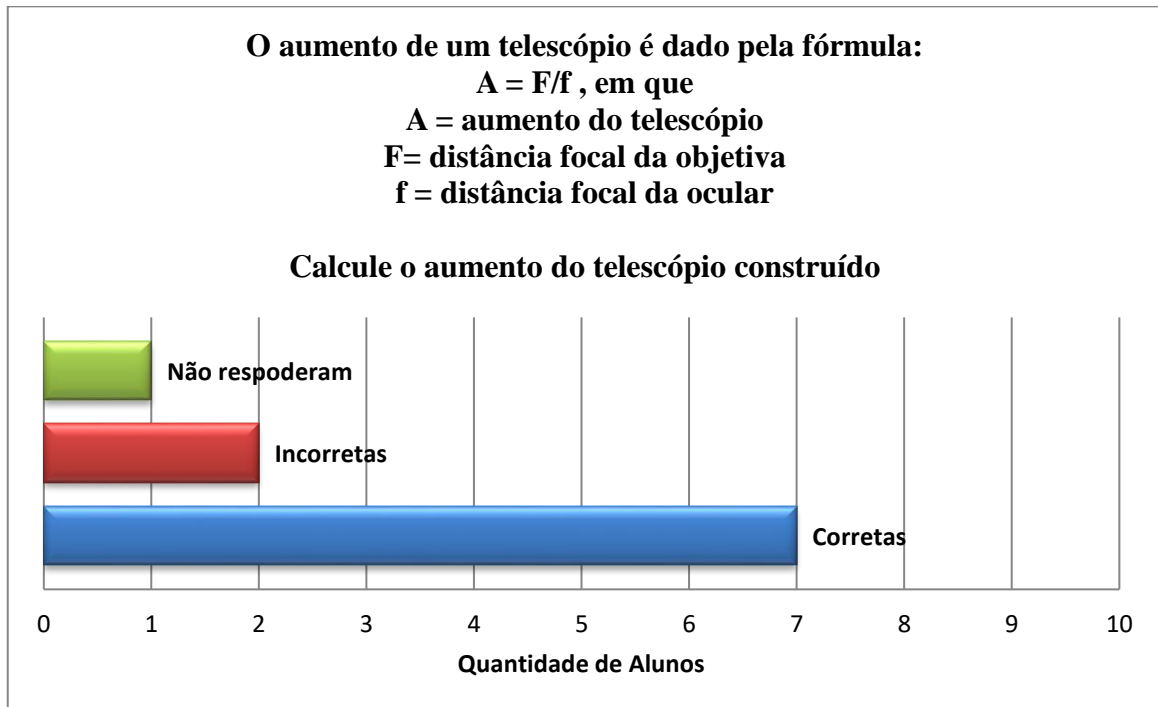
Fonte: Dados cedidos pela escola.

A questão da Figura 60 teve como objetivo avaliar se os alunos compreenderam a Matemática aplicada ao telescópio e a relação de dependência entre aumento máximo útil do telescópio e o diâmetro da lente objetiva. Conforme resposta dos alunos, no qual 80% responderam corretamente, percebe-se que eles compreenderam que o telescópio é um instrumento limitado quanto à capacidade de se aumentar a imagem e também entenderam o significado da aplicação de uma fórmula.

A questão apresentada na Figura 61 trata sobre o aumento do telescópio construído, lembrando que durante a oficina os alunos aprenderam a calcular a distância focal das lentes objetivas e oculares e também do significado deste conceito, esta questão teve como objetivo não apenas o de avaliar sua capacidade de fazer contas, mas também de

verificar se os alunos eram capazes de comparar os resultados da questão anterior com a resposta obtida.

Figura 61- Gráfico 13: Respostas das atividades



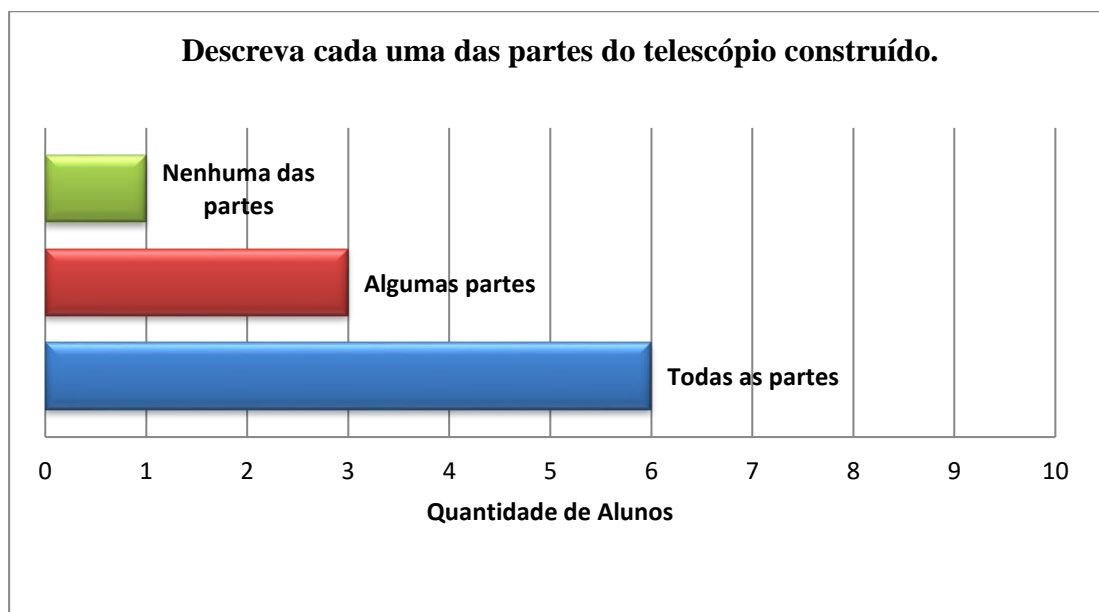
Fonte: Dados cedidos pela escola.

Para responder a essa questão, o aluno deveria calcular previamente as distâncias focais das lentes. Para determinar as distâncias focais das lentes, os alunos projetaram a imagem de uma lâmpada acesa em uma folha de papel A4, variando a distância da lente à folha até obterem uma imagem nítida. A distância entre a lente e a imagem como já havia sido explicado é a distância focal da lente, estas distâncias foram medidas com uma régua.

De acordo com o gráfico da Figura 62, 70% dos alunos souberam responder corretamente a questão, o resultado mostra que os alunos estavam com bastante interesse em participar da oficina e de entender a Matemática envolvida na construção do telescópio.

Com objetivo de avaliar: compreensão, atenção e o interesse do aluno na construção do telescópio, os alunos descreveram as partes do telescópio conforme pedido na questão da Figura 62.

Figura 62– Gráfico 14: Respostas das atividades



Fonte: Dados cedidos pela escola.

O gráfico mostra que 60% dos alunos souberam descrever corretamente todas as partes do telescópio e 30% descreveram algumas partes do telescópio corretamente. Com este resultado, conclui-se que a oficina teve um papel importante quanto à promoção do conhecimento aplicado, pois além de trazer ao aluno um instrumento em que o mesmo considerou no questionário ser de pouco acesso, permitiu aos alunos aprender a construir um telescópio de forma simples e de baixo custo, abordando assim Física e Matemática de forma prática.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO

Retomando ao objetivo principal que foi “Desenvolver um telescópio refrator de baixo custo destinado a observações astronômicas e também como instrumento de apoio ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Matemática da educação básica”, ressaltam-se algumas considerações sobre as etapas do trabalho.

Desenvolvimento e dificuldades

O projeto de construir um telescópio de baixo custo e ao mesmo tempo utilizar sua construção como instrumento de apoio para o processo ensino de Matemática e Física surgiu durante o curso do PROFMAT, a princípio acreditou-se que tal ideia não teria muito espaço dentro do curso, uma vez que não seguia uma linha voltada para a Matemática pura e sim relacionada à Matemática aplicada, mas em conversas com professores e com apoio do orientador o projeto começou a ser realizado.

A primeira dificuldade encontrada foi quanto à confecção das lentes, pois o projeto buscava um instrumento de qualidade e de baixo custo, conseguiu-se um apoio financeiro na confecção das lentes e optou-se depois de alguns experimentos por desenvolver o telescópio utilizando-se lentes de cristal com distância focal de 1 *metro*.

Considerando telescópios de mesma abertura vendidos no mercado, conclui-se que a proposta inicial correspondeu às expectativas de construção de um instrumento de boa qualidade em relação a lentes e ampliação. O efeito da aberração cromática foi contornado utilizando-se lentes delgadas. Ressaltando que o valor final do telescópio ficou 70% mais barato que um equivalente encontrado em lojas.

Oficina piloto com alunos do PIBID

Optou-se inicialmente em desenvolver uma oficina piloto com alunos do PIBID, uma vez que os alunos já vinham desenvolvendo algumas oficinas interdisciplinares de Física e Matemática abordando o tema de óptica e também por entender que desta forma poder-se-ia antecipar futuras dificuldades ao se ministrar oficina em escolas de ensino regular.

Considera-se importante o trabalho desenvolvido com alunos do PIBID, uma vez que ao longo da oficina surgiram muitos questionamentos e sugestões, tanto na forma de se ministrar a oficina quanto também no desenvolvimento do telescópio.

Considerações sobre a oficina aplicada pelos alunos do PIBID

Conforme os resultados obtidos, conclui-se que a oficina de construção de telescópio refrator cumpriu com os objetivos esperados, uma vez que se pode verificar através dos questionários e das atividades respondidas pelos alunos que a oficina proporciona e aperfeiçoa a aprendizagem de conceitos de Matemática e Física.

Ao longo da oficina percebeu-se que com materiais simples e com planejamento adequado, podem-se abordar conceitos de Física e Matemática de forma que o aluno não seja só um ouvinte, mas também construtor de seu conhecimento. Essa maior participação dos alunos torna o ambiente de aprendizagem mais dinâmico e menos monótono e permite ao professor avaliar e verificar o comprometimento dos alunos de forma mais segura.

Inferi-se que a oficina alcançou vários objetivos, entre eles o de conduzir os participantes a construir, manipular e conhecer o telescópio refrator, pois, percebeu-se que os alunos gostaram de manipular as lentes e de observar suas diferenças, procuraram entender como funciona a associação de duas ou mais lentes e puderam compreender melhor a fórmula utilizada para esse cálculo, eles se mostraram entusiasmados com a construção do telescópio e quase todos disseram que iriam construir um futuramente, pois não sabiam da simplicidade da construção desse instrumento.

Referências

- ARAÚJO, Acenilson Lima de. Aplicações de astronomia no ensino de matemática da educação básica, Teresina, 2013.
- ASTRONOVA. Revista de divulgação astronômica e científica, março 2014.
- ASTRONOVA. Revista de divulgação astronômica e científica, março 2016.
- ÁVILA, Geraldo Severo de. **Várias faces da matemática**: tópicos para licenciatura e leitura geral. 2.ed. São Paulo: Blucher, 2010.
- BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio, 2000.
- BOYER, Carl Benjamim. **História da Matemática**. Edgar Blucher, 2012.
- CALÇADA, Caio Sérgio., Física Clássica, 3: óptica ondas Atual, 2. 4 reimpressão, 2001.
- CAMINHA, Antonio Muniz Neto. **Geometria**. Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.
- CANALLE, João Batista Garcia. A luneta com lente de óculos. Caderno Catarinense de Ensino de Física, v. 11, no. 3, p. 212-220, dez.1994.
- DELGADO, Jorge Joaquin. Geometria Analítica. Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.
- ÉVORA, Fátima Regina Rodrigues. A descoberta do telescópio: Fruto de um raciocínio dedutivo? Caderno Catarinense de Ensino de Física, v.6, nº especial: p.30-48, junho de1989.
- GALILEU, Galilei. O Ensaizador. Os pensadores Sidereus, vol.III, p. 60, 2004.
- GUIMARÃES, Manuel Nunes Couto. Óptica Geométrica em uma Perspectiva Matemática. Goiânia, 2015.
- HALLIDAY D.; RESNICK R. e WALKER J. Fundamentos de Física: óptica e física moderna. Volume 4. 7ª edição. Editora LTC, 2007.
- HAWKING, Stephen - O Universo numa Casca de Noz - Editora ARX - 9 ed. - São Paulo, SP - 2002.
- HEWITT, Paul G. Física conceitual / Paul G. Hewitt; trad. Trieste Freire Ricci e Maria Helena Gravina- 9.ed.- Porto Alegre: Bookmam, 2002.
- LIMA, Elon Lages. (2013). Logaritmos. SBM, Rio de Janeiro.
- MACÊDO, Josué Antunes de. **Formação inicial de professores de ciências da natureza e matemática e o ensino de astronomia**.2014. 269 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, Unicsul, São Paulo, 2014.

MAGALHÃES, Thiago Alberto Correia. Explorando a Astronomia como contexto para o ensino de Matemática no Ensino Médio. Recife, 2016.

MORAES, Abrahão de. A astronomia no Brasil. São Paulo: IAG/USP, 1984.

MOURÃO, Ronaldo Rogério de Freitas. Apresentação. In: J. P. VERDET (aut). Uma historia da Astronomia (pp. 7-9). Tradução: Fernando Py. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1991.

NERES, Leomir Batista. O Stellarium como estratégia para o Ensino de Astronomia. Ilhéus 2017.

OLIVEIRA, Naysa Crystine Nogueira. "Matemática e astronomia"; Brasil Escola, 2017.

PARANÁ, Djalma Nunes. Física, vol.1, Mecânica, 2000.

PEDROCHI, F.; DANHONI NEVES, M. C. D. Concepções astronômicas de estudantes no ensino superior. Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, v. 4, n. 2, 2005.

SCIENTIF AMERICAN BRASIL. Revista de divulgação de astronomia e ciência da natureza, 2000.

SOUZA, Anderson Alves. Um modelo de telescópio de baixo custo e suas aplicações. Caeté, 2006.

TPE- Todos Pela Educação. Organização não governamental, 2017.

UNIVERSO E COSMOLOGIA. Revista de divulgação de astronomia e ciência da natureza, 2002, p.6.

